

# 平成 22 年度 入 学 試 験 問 題

## 数 学 (理系・甲)

200 点満点

《配点は、学生募集要項に記載のとおり。》

### (注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに 16 ページある。
3. 問題は全部で 6 題ある (1 ページから 2 ページ)。
4. 筆答開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙にはこれら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと。ただし、続き方をはっきり示して計算用ページに解答の続きを書いてもよい。この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。それ以外の場合、計算用ページは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、計算用ページに書くこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

1 から 5 までの自然数を 1 列に並べる. どの並べかたも同様の確からしさで起こるものとする. このとき 1 番目と 2 番目と 3 番目の数の和と, 3 番目と 4 番目と 5 番目の数の和が等しくなる確率を求めよ. ただし, 各並べかたにおいて, それぞれの数字は重複なく 1 度ずつ用いるものとする.

2

(35 点)

四面体 ABCD において  $\overrightarrow{CA}$  と  $\overrightarrow{CB}$ ,  $\overrightarrow{DA}$  と  $\overrightarrow{DB}$ ,  $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{CD}$  はそれぞれ垂直であるとする. このとき, 頂点 A, 頂点 B および辺 CD の中点 M の 3 点を通る平面は辺 CD と直交することを示せ.

3

(35 点)

$x$  を正の実数とする. 座標平面上の 3 点  $A(0, 1)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $P(x, x)$  をとり,  $\triangle APB$  を考える.  $x$  の値が変化するとき,  $\angle APB$  の最大値を求めよ.

4

(30 点)

数列  $\{a_n\}$  は、すべての正の整数  $n$  に対して  $0 \leq 3a_n \leq \sum_{k=1}^n a_k$  を満たしているとする。このとき、すべての  $n$  に対して  $a_n = 0$  であることを示せ。

5

(35 点)

$a$  を正の実数とする。座標平面において曲線  $y = \sin x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) と  $x$  軸とで囲まれた図形の面積を  $S$  とし、曲線  $y = \sin x$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ )、曲線  $y = a \cos x$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) および  $x$  軸で囲まれた図形の面積を  $T$  とする。このとき  $S : T = 3 : 1$  となるような  $a$  の値を求めよ。

6

(35 点)

座標空間内で、 $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(1, 1, 0)$ ,  $C(0, 1, 0)$ ,  $D(0, 0, 1)$ ,  $E(1, 0, 1)$ ,  $F(1, 1, 1)$ ,  $G(0, 1, 1)$  を頂点にもつ立方体を考える。この立方体を対角線  $OF$  を軸にして回転させて得られる回転体の体積を求めよ。

問題は、このページで終わりである。