

平成 23 年度 入 学 試 験 問 題

数 学 (文系)

150 点満点

〈配点は、学生募集要項に記載のとおり。〉

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに 16 ページある。
3. 問題は全部で 5 題ある(1 ページから 2 ページ)。
4. 筆答開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙にはこれら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと。ただし、続き方をはっきり示して計算用ページに解答の続きを書いてもよい。この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。それ以外の場合、計算用ページは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、計算用ページに書くこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

次の各問に答えよ。

- (1) 辺 AB, 辺 BC, 辺 CA の長さがそれぞれ 12, 11, 10 の三角形 ABC を考える。∠A の 2 等分線と辺 BC の交点を D とするとき、線分 AD の長さを求めよ。
- (2) 箱の中に、1 から 9 までの番号を 1 つずつ書いた 9 枚のカードが入っている。ただし、異なるカードには異なる番号が書かれているものとする。この箱から 2 枚のカードを同時に選び、小さいほうの数を X とする。これらのカードを箱に戻して、再び 2 枚のカードを同時に選び、小さいほうの数を Y とする。 $X = Y$ である確率を求めよ。

2

(30 点)

四面体 OABC において、点 O から 3 点 A, B, C を含む平面に下ろした垂線とその平面の交点を H とする。 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{OC}$, $|\overrightarrow{OA}| = 2$, $|\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = 3$, $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{7}$ のとき、 $|\overrightarrow{OH}|$ を求めよ。

3

(30 点)

実数 a が変化するとき、3 次関数 $y = x^3 - 4x^2 + 6x$ と直線 $y = x + a$ のグラフの交点の個数はどのように変化するか、 a の値によって分類せよ。

4

(30 点)

xy 平面上で、連立不等式

$$\begin{cases} |x| \leq 2, \\ y \geq x, \\ y \leq \left| \frac{3}{4}x^2 - 3 \right| - 2 \end{cases}$$

を満たす領域の面積を求めよ.

5

(30 点)

0 以上の整数を 10 進法で表すとき、次の問いに答えよ。ただし、0 は 0 桁の数と考えることにする。また n は正の整数とする。

- (1) 各桁の数が 1 または 2 である n 桁の整数を考える。それらすべての整数の総和を T_n とする。 T_n を n を用いて表せ。
- (2) 各桁の数が 0, 1, 2 のいずれかである n 桁以下の整数を考える。それらすべての整数の総和を S_n とする。 S_n が T_n の 15 倍以上になるのは、 n がいくつ以上のときか。必要があれば、 $0.301 < \log_{10} 2 < 0.302$ および $0.477 < \log_{10} 3 < 0.478$ を用いてもよい。

問題は、このページで終わりである。