

平成 23 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学 (理系)

200 点満点

《配点は、学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに 16 ページある。
3. 問題は全部で 6 題ある(1 ページから 2 ページ)。
4. 筆答開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙にはこれら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと。ただし、続き方をはっきり示して計算用ページに解答の続きを書いてもよい。この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。それ以外の場合、計算用ページは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、計算用ページに書くこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(35 点)

次の各問に答えよ.

- (1) 箱の中に、1 から 9 までの番号を 1 つずつ書いた 9 枚のカードが入っている. ただし、異なるカードには異なる番号が書かれているものとする. この箱から 2 枚のカードを同時に選び、小さいほうの数を X とする. これらのカードを箱に戻して、再び 2 枚のカードを同時に選び、小さいほうの数を Y とする. $X = Y$ である確率を求めよ.
- (2) 定積分 $\int_0^{\frac{1}{2}} (x+1)\sqrt{1-2x^2} dx$ を求めよ.

2

(35 点)

a, b, c を実数とし、 O を原点とする座標平面上において、行列 $\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & c \end{pmatrix}$ に

よって表される 1 次変換を T とする. この 1 次変換 T が 2 つの条件

- (i) 点 $(1, 2)$ を点 $(1, 2)$ に移す
 (ii) 点 $(1, 0)$ と点 $(0, 1)$ が T によって点 A, B にそれぞれ移るとき、
 $\triangle OAB$ の面積が $\frac{1}{2}$ である
 を満たすとき、 a, b, c を求めよ.

3

(30 点)

xy 平面上で、 $y = x$ のグラフと $y = \left| \frac{3}{4}x^2 - 3 \right| - 2$ のグラフによって囲まれる図形の面積を求めよ.

4

(30 点)

n は 2 以上の整数であり, $\frac{1}{2} < a_j < 1$ ($j = 1, 2, \dots, n$) であるとき, 不等式

$$(1 - a_1)(1 - a_2) \cdots (1 - a_n) > 1 - \left(a_1 + \frac{a_2}{2} + \cdots + \frac{a_n}{2^{n-1}} \right)$$

が成立することを示せ.

5

(35 点)

xyz 空間で, 原点 O を中心とする半径 $\sqrt{6}$ の球面 S と 3 点 $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ を通る平面 α が共有点を持つことを示し, 点 (x, y, z) がその共有点全体の集合を動くとき, 積 xyz が取り得る値の範囲を求めよ.

6

(35 点)

空間内に四面体 $ABCD$ を考える. このとき, 4 つの頂点 A, B, C, D を同時に通る球面が存在することを示せ.

問題は, このページで終わりである.