

平成 29 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学 (理系)

200 点満点

《配点は、一般入試学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに 16 ページある。
3. 問題は全部で 6 題ある (1 ページから 2 ページ)。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと。ただし、続き方をはっきり示して計算用ページに解答の続きを書いても良い。この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。それ以外の場合、計算用ページは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、計算用ページに書くこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

w を 0 でない複素数, x, y を $w + \frac{1}{w} = x + yi$ を満たす実数とする.

- (1) 実数 R は $R > 1$ を満たす定数とする. w が絶対値 R の複素数全体を動くとき, xy 平面上の点 (x, y) の軌跡を求めよ.
- (2) 実数 α は $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ を満たす定数とする. w が偏角 α の複素数全体を動くとき, xy 平面上の点 (x, y) の軌跡を求めよ.

2

(30 点)

四面体 $OABC$ を考える. 点 D, E, F, G, H, I は, それぞれ辺 OA, AB, BC, CO, OB, AC 上にあり, 頂点ではないとする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) $\overrightarrow{DG}$ と $\overrightarrow{EF}$ が平行ならば $AE : EB = CF : FB$ であることを示せ.
- (2) D, E, F, G, H, I が正八面体の頂点となっているとき, これらの点は $OABC$ の各辺の中点であり, $OABC$ は正四面体であることを示せ.

3

(35 点)

p, q を自然数, α, β を

$$\tan \alpha = \frac{1}{p}, \quad \tan \beta = \frac{1}{q}$$

を満たす実数とする. このとき

$$\tan(\alpha + 2\beta) = 2$$

を満たす p, q の組 (p, q) をすべて求めよ.

4

(35 点)

$\triangle ABC$ は鋭角三角形であり、 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ であるとする。また $\triangle ABC$ の外接円の半径は 1 であるとする。

- (1) $\triangle ABC$ の内心を P とするとき、 $\angle BPC$ を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の内接円の半径 r の取りうる値の範囲を求めよ。

5

(35 点)

$a \geq 0$ とする。 $0 \leq x \leq \sqrt{2}$ の範囲で曲線 $y = xe^{-x}$ 、直線 $y = ax$ 、直線 $x = \sqrt{2}$ によって囲まれた部分の面積を $S(a)$ とする。このとき、 $S(a)$ の最小値を求めよ。

(ここで「囲まれた部分」とは、上の曲線または直線のうち 2 つ以上で囲まれた部分を意味するものとする。)

6

(35 点)

n を自然数とする。 n 個の箱すべてに、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ の 5 種類のカードがそれぞれ 1 枚ずつ計 5 枚入っている。各々の箱から 1 枚ずつカードを取り出し、取り出した順に左から並べて n 桁の数 X を作る。このとき、 X が 3 で割り切れる確率を求めよ。

問題は、このページで終わりである。