

# 平成30年度入学試験問題

## 数学(文系)

150点満点

《配点は、一般入試学生募集要項に記載のとおり。》

### (注意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに16ページある。
3. 問題は全部で5題ある(1ページから2ページ)。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはつきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと。ただし、書き方をはつきり示して計算用ページに解答の続きを書いても良い。この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。それ以外の場合、計算用ページは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、計算用ページに書くこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30点)

$a$  は正の実数とし、座標平面内の点  $(x_0, y_0)$  は 2 つの曲線

$$C_1 : y = |x^2 - 1|, C_2 : y = x^2 - 2ax + 2$$

の共有点であり、 $|x_0| \neq 1$  を満たすとする。 $C_1$  と  $C_2$  が  $(x_0, y_0)$  で共通の接線をもつとき、 $C_1$  と  $C_2$  で囲まれる部分の面積を求めよ。

2

(30点)

1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD において、辺 BC 上に B とは異なる点 P を取り、線分 AP の垂直 2 等分線が辺 AB、辺 AD またはその延長と交わる点をそれぞれ Q、R とする。

- (1) 線分 QR の長さを  $\sin \angle BAP$  を用いて表せ。
- (2) 点 P が動くときの線分 QR の長さの最小値を求めよ。

3

(30点)

$n^3 - 7n + 9$  が素数となるような整数  $n$  をすべて求めよ。

4

(30 点)

四面体 ABCD は  $AC = BD$ ,  $AD = BC$  を満たすとし, 辺 AB の中点を P, 辺 CD の中点を Q とする.

- (1) 辺 AB と線分 PQ は垂直であることを示せ.
- (2) 線分 PQ を含む平面  $\alpha$  で四面体 ABCD を切って 2 つの部分に分ける. このとき, 2 つの部分の体積は等しいことを示せ.

5

(30 点)

整数が書かれている球がいくつか入っている袋に対して, 次の一連の操作を考える. ただし各球に書かれている整数は 1 つのみとする.

- (i) 袋から無作為に球を 1 個取り出し, その球に書かれている整数を  $k$  とする.
- (ii)  $k \neq 0$  の場合, 整数  $k$  が書かれた球を 1 個新たに用意し, 取り出した球とともに袋に戻す.
- (iii)  $k = 0$  の場合, 袋の中にあった球に書かれていた数の最大値より 1 大きい整数が書かれた球を 1 個新たに用意し, 取り出した球とともに袋に戻す.

整数 0 が書かれている球が 1 個入っており他の球が入っていない袋を用意する. この袋に上の 1 連の操作を繰り返し  $n$  回行った後に, 袋の中にある球に書かれている  $n + 1$  個の数の合計を  $X_n$  とする. 例えば  $X_1$  は常に 1 である. 以下  $n \geq 2$  として次の間に答えよ.

- (1)  $X_n \geq \frac{(n+2)(n-1)}{2}$  である確率を求めよ.
- (2)  $X_n \leq n + 1$  である確率を求めよ.

問題は, このページで終わりである.