

平成 8 年 度 入 学 試 験

数

学

代数・幾何
基礎解析
確率・統計

(注 意)

1. 「問題・解答紙」は指示があるまで開かないこと。
2. 「問題・解答紙」は 4 枚(ⅧからⅪまで)ある。
3. 「始め」の合図があったら「問題・解答紙」の番号を確認し、各「問題・解答紙」の 2 箇所に受験番号を記入すること。
4. 解答はすべて「問題・解答紙」のおもてに記入すること。
5. 文学部については、配点は表示されているものの $\frac{1}{2}$ である。

問題・解答紙

(4 枚のうち 1 枚目)

- 〔1〕 一辺の長さが 1 の正六角形 $ABCDEF$ に内接する円の中心を O とし、その円周上の点を P とする。次の問いに答えよ。(50 点)

〔1〕の採点

1. $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AP} = \vec{x}$ とするとき、内接円のベクトル方程式を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{x}$ で表せ。

採 点

2. 線分 BC の中点を Q とする。 $\overrightarrow{AQ}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

採 点

3. $\overrightarrow{AP} = k \overrightarrow{AQ}$ を満たす k の値をすべて求めよ。

採 点

問題・解答紙

(4枚のうち2枚目)

〔2〕 x 軸の正の部分が始線として、角 θ の動径と、原点 O を中心とする半径 1 の円との交点を P とする。行列 $\begin{pmatrix} 2 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}$ で表される一次変換を f とするとき、次の問いに答えよ。(50 点)

1. ベクトル $f(\overrightarrow{OP})$ とベクトル $\overrightarrow{OP}$ の内積を θ の関数で表し、その関数の $0 \leq \theta \leq \pi$ における最大値と最小値を求めよ。

〔2〕の採点

--	--

採 点

--

2. 上で求めた関数の最大値を与える θ に対して、 $f(\overrightarrow{OP})$ と $\overrightarrow{OP}$ は平行であることを示せ。

採 点

--

問題・解答紙

(4枚のうち3枚目)

〔3〕 実数 α と β は $\alpha \leq \beta$, $\alpha \neq 0$, $\beta > 0$ を満たし

$$f(x) = \frac{3}{\alpha\beta}(x-\alpha)(x-\beta), \quad F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

とする。次の問いに答えよ。(50点)

1. $\int_0^\beta |f(x)| dx$ を $F(\alpha)$ と $F(\beta)$ で表せ。

〔3〕の採点

--	--

採 点

--

2. $\alpha = \beta^2$ のとき, $\int_0^\beta |f(x)| dx$ を最小にする β を求めよ。

採 点

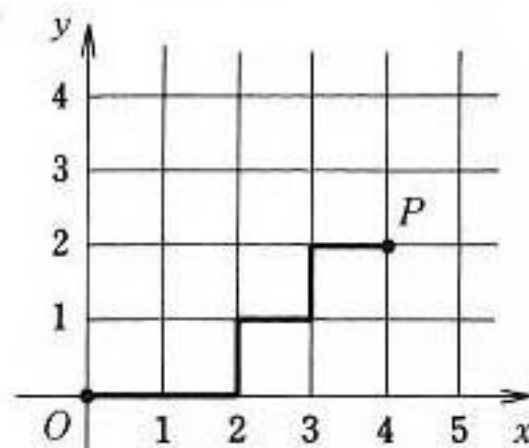
--

問題・解答紙

(4 枚のうち 4 枚目)

- 〔4〕 原点 O から出発して、座標平面上を x 軸の正の方向、または y 軸の正の方向に 1 だけ進むことを次々に行って得られる経路を道という。右の図は、原点 O と点 $P(4, 2)$ とを結ぶ道の例である。原点と点 (i, j) を結ぶ、領域 $\{(x, y) | x \geq y\}$ 内の道の総数を $N(i, j)$ とする。次の問いに答えよ。(50 点)

1. $N(2, 2)$, $N(3, 1)$, $N(3, 2)$ を求めよ。



〔4〕の採点

--	--

採点

--

2. $n \geq 1$ のとき、 $N(n, 1)$ を求めよ。

採点

--

3. $n \geq 3$ のとき、 $N(n, 2)$ を $N(n, 1)$ と $N(n-1, 2)$ で表し、 $N(n, 2)$ を求めよ。

採点

--