

## 平成 17 年度 入学試験問題

# 数 学

数学Ⅰ，数学Ⅱ，  
数学Ⅲ，数学Ⅳ

### (注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子，解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は，12 ページあります。  
また，中にはさみ込まれている解答紙は，4 枚( 8 から 11 まで)です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し，問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に各「解答紙」の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて「解答紙」のおもてに記入しなさい。
6. 文学部及び医学部保健学科看護学専攻の配点は，表示されているものの  $\frac{1}{2}$  です。
7. 試験終了後，問題冊子は持ち帰って下さい。

数 学 数学 I, 数学 A  
数学 II, 数学 B

[ 1 ] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **8** の定められた場所に記入しなさい。

[ 問題 ]

$a$  を正の実数とし、点  $A \left( 0, a + \frac{1}{2a} \right)$  と曲線  $C: y = ax^2 \ (x \geq 0)$  を考える。曲線  $C$  上の点で、点  $A$  との距離が最小となるものを  $P$  とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) 点  $P$  の座標と線分  $AP$  の長さを求めよ。
- (2) 曲線  $C$  と  $y$  軸、および線分  $AP$  で囲まれる図形の面積  $S(a)$  を求めよ。
- (3)  $a > 0$  のとき、面積  $S(a)$  の最小値を求めよ。また、そのときの  $a$  の値を求めよ。

[2] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **9** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

$t$  を実数とすると、2 次方程式

$$z^2 + tz + t = 0$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) この 2 次方程式が異なる 2 つの虚数解をもつような  $t$  の範囲と、そのときの虚数解をすべて求めよ。
- (2) (1) の虚数解のうち、その虚部が正のものを  $z(t)$  で表す。 $t$  が (1) で求めた範囲を動くとき、複素数平面上で点  $z(t)$  が描く図形  $C$  を求め、図示せよ。
- (3) 複素数平面上で、点  $z$  が (2) の図形  $C$  上を動くとき、

$$w = \frac{iz}{z+1}$$

で表される点  $w$  が描く図形を求め、図示せよ。

[ 3 ] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 10 の定められた場所に記入しなさい。

[ 問題 ]

実数  $x$  に対して、 $[x]$  は  $x$  を超えない最大の整数を表す。例えば、 $\left[\frac{3}{2}\right] = 1$ 、 $[2] = 2$  である。このとき、 $0^\circ < \theta < 180^\circ$  として次の問いに答えよ。ただし、必要なら  $\sin \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$  となる角  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) を用いてよい。

(1) 不等式  $\log_2 \left[ \frac{5}{2} + \cos \theta \right] \leq 1$  を満たす  $\theta$  の範囲を求めよ。

(2) 不等式  $\left[ \frac{3}{2} + \log_2 \sin \theta \right] \geq 1$  を満たす  $\theta$  の範囲を求めよ。

(3) 不等式  $\log_2 \left[ \frac{5}{2} + \cos \theta \right] \leq 0 \leq \left[ \frac{3}{2} + \log_2 \sin \theta \right]$  を満たす  $\theta$  の範囲を求めよ。

[ 4 ] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 11 の定められた場所に記入しなさい。

[ 問題 ]

1 つのさいころを 4 回投げて、出た目の数を順に  $x_1, x_2, x_3, x_4$  とする。  
このとき次の問いに答えよ。

- (1)  $x_1 < x_2$  となる確率を求めよ。
- (2)  $x_1 < x_2 < x_3$  となる確率を求めよ。
- (3)  $x_1 < x_2$  かつ  $x_2 \geq x_3$  となる確率を求めよ。
- (4)  $x_k \geq x_{k+1}$  となる最小の自然数  $k$  の期待値を求めよ。ただし、  
 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$  のときは  $k = 4$  と定める。