

平成18年度入学試験問題

数 学 数学Ⅰ，数学A 数学Ⅱ，数学B

(注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子，解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は，12 ページあります。
また，中にはさみ込まれている解答紙は，4 枚(9 から 12 まで)です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し，問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に各「解答紙」の2 箇所受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて「解答紙」のおもてに記入しなさい。
6. 文学部及び医学部保健学科看護学専攻の配点は，表示されているものの $\frac{1}{2}$ です。
7. 試験終了後，問題冊子は持ち帰って下さい。

数 学

数学 I, 数学 A
数学 II, 数学 B

[1] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **9** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

曲線 $C: y = x^2$ 上に点 $P(t, t^2)$ をとり、点 P における曲線 C の接線を ℓ 、点 P を通り ℓ に垂直な直線を m とする。ただし、 $t > 0$ とする。接線 ℓ と x 軸との交点を Q とし、直線 m と x 軸、 y 軸との交点をそれぞれ R_1, R_2 とする。また、 $\triangle PQR_1$ の面積を S_1 とし、曲線 C と y 軸および線分 PR_2 で囲まれる図形の面積を S_2 とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) 点 Q と点 R_1 の x 座標を t を用いて表せ。
- (2) 面積 S_2 を t を用いて表せ。
- (3) $S_1 > S_2$ が成り立つ t の範囲を求めよ。

(下書き用紙)

[2] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **10** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は, $a_1 = b_1 = 1$ および, 関係式

$$a_{n+1} = 2a_nb_n$$

$$b_{n+1} = 2a_n^2 + b_n^2$$

をみたすものとする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) $n \geq 3$ のとき, a_n は 3 で割り切れるが, b_n は 3 で割り切れないことを示せ。
- (2) $n \geq 2$ のとき, a_n と b_n は互いに素であることを示せ。

(下書き用紙)

[3] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 11 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

空間ベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ について次の問いに答えよ。ただし、 h と k は実数とする。

- (1) $h\vec{a} + \vec{b}$ が $\vec{a}$ と垂直であるとき、すべての実数 x に対して

$$|x\vec{a} + \vec{b}| \geq |h\vec{a} + \vec{b}|$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\vec{0}$ はすべてのベクトルと垂直であるとする。

- (2) $h\vec{a} + k\vec{b} + \vec{c}$ が $\vec{a}, \vec{b}$ のいずれとも垂直であるとき、すべての実数 x, y に対して

$$|x\vec{a} + y\vec{b} + \vec{c}| \geq |h\vec{a} + k\vec{b} + \vec{c}|$$

が成り立つことを示せ。

- (3) $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (1, 4, -2)$, $\vec{c} = (-3, -6, 6)$ とするとき、

$|x\vec{a} + y\vec{b} + \vec{c}|$ の最小値を与える実数 x, y と、そのときの最小値を求めよ。

(下書き用紙)

[4] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **12** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

関数

$$f(x) = \left| \left| \sin x - \frac{1}{2} \right| - \frac{1}{2} \right|$$

について次の問いに答えよ。ただし、 $-\pi \leq x \leq \pi$ とする。

- (1) $f(x) = 0$ となる x を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。
- (3) 実数 k に対し、 $f(x) = k$ をみたす x の個数を求めよ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)