ｱﾆﾒ 栴 (理)

平成22年度入学試験問題

数　　学

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

(注　意　事　項)

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子，解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は，12ページあります。
   また，中にはさみ込まれている解答紙は，5枚(**13** から **17** まで)です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し，問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に，各解答紙の2箇所に受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は，250点満点です。なお，経済学部経済工学科については，350点満点に換算します。
7. 試験終了後，問題冊子は持ち帰って下さい。

数　学　数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

［1］(配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{13}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

三角形 ABC の 3 辺の長さを $a=\mathrm{BC}$, $b=\mathrm{CA}$, $c=\mathrm{AB}$ とする。実数 $t \geqq 0$ を与えたとき，A を始点とし B を通る半直線上に $\mathrm{AP}=tc$ となるように点 P をとる。次の問いに答えよ。

(1) CP^2 を a, b, c, t を用いて表せ。

(2) 点 P が $\mathrm{CP}=a$ を満たすとき，t を求めよ。

(3) (2) の条件を満たす点 P が辺 AB 上にちょうど 2 つあるとき，$\angle\mathrm{A}$ と $\angle\mathrm{B}$ に関する条件を求めよ。

（下書き用紙）

[2] (配点50点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{14}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

次のような競技を考える。競技者がサイコロを振る。もし，出た目が気に入ればその目を得点とする。そうでなければ，もう1回サイコロを振って，2つの目の合計を得点とすることができる。ただし，合計が7以上になった場合は得点は0点とする。この取り決めによって，2回目を振ると得点が下がることもあることに注意しよう。次の問いに答えよ。

(1) 競技者が常にサイコロを2回振るとすると，得点の期待値はいくらか。

(2) 競技者が最初の目が6のときだけ2回目を振らないとすると，得点の期待値はいくらか。

(3) 得点の期待値を最大にするためには，競技者は最初の目がどの範囲にあるときに2回目を振るとよいか。

（下書き用紙）

[3] (配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{15}$ の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

xy 平面上に曲線 $y=\dfrac{1}{x^2}$ を描き，この曲線の第 1 象限内の部分を C_1，第 2 象限内の部分を C_2 と呼ぶ。C_1 上の点 $\mathrm{P}_1\left(a,\dfrac{1}{a^2}\right)$ から C_2 に向けて接線を引き，C_2 との接点を Q_1 とする。次に点 Q_1 から C_1 に向けて接線を引き，C_1 との接点を P_2 とする。次に点 P_2 から C_2 に向けて接線を引き，接点を Q_2 とする。以下同様に続けて，C_1 上の点列 P_n と C_2 上の点列 Q_n を定める。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 Q_1 の座標を求めよ。

(2) 三角形 $\mathrm{P}_1\mathrm{Q}_1\mathrm{P}_2$ の面積 S_1 を求めよ。

(3) 三角形 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}\,(n=1,2,3,\cdots)$ の面積 S_n を求めよ。

(4) 級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}S_n$ の和を求めよ。

(下書き用紙)

[4] (配点 50 点)
この問題の解答は，解答紙 $\boxed{16}$ の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

中心 $(0, a)$, 半径 a の円を xy 平面上の x 軸の上を x の正の方向に滑らないように転がす。このとき円上の定点 P が原点 $(0, 0)$ を出発するとする。次の問いに答えよ。

(1) 円が角 t だけ回転したとき、点 P の座標を求めよ。

(2) t が 0 から 2π まで動いて円が一回転したときの点 P の描く曲線を C とする。曲線 C と x 軸とで囲まれる部分の面積を求めよ。

(3) (2) の曲線 C の長さを求めよ。

（下書き用紙）

[5] (配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{17}$ の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

実数を成分とする2次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考える。平面上の点 $\mathrm{P}(x, y)$ に対し，点 $\mathrm{Q}(X, Y)$ を

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

により定める。このとき，次の問いに答えよ。

(1) P が放物線 $y = x^2$ 全体の上を動くとき，Q が放物線 $9X = 2Y^2$ 全体の上を動くという。このとき，行列 A を求めよ。

(2) P が放物線 $y = x^2$ 全体の上を動くとき，Q は常に円 $X^2 + (Y-1)^2 = 1$ の上にあるという。このとき，行列 A を求めよ。

(3) P が放物線 $y = x^2$ 全体の上を動くとき，Q がある直線 L 全体の上を動くための a, b, c, d についての条件を求めよ。また，その条件が成り立っているとき，直線 L の方程式を求めよ。

(下書き用紙)

（下書き用紙）