

平成24年度入学試験問題

数 学

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

(注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子，解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は，12 ページあります。
また，中にはさみ込まれている解答紙は，5 枚（**15** から **19** まで）です。
3. 「始め」の合図があつたら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し，問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に，各解答紙の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。
小問があるときは，小問の番号を明記して解答しなさい。
解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は，250 点満点です。なお，経済学部経済工学科については，300 点満点に換算します。
7. 試験終了後，問題冊子は持ち帰って下さい。

[1] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 15 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

円 $x^2 + (y - 1)^2 = 4$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

(下書き用紙)

[2] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **16** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

2 次の正方行列 A, B はそれぞれ

$$A \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 7 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -11 \end{pmatrix},$$
$$B \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad B \begin{pmatrix} 8 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 10 \end{pmatrix}$$

をみたすものとする。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、 E は 2 次の単位行列を表すものとする。

(1) 行列 A, B, A^2, B^2 を求めよ。

(2) $(AB)^3 = E$ であることを示せ。

(3) 行列 A から始めて、 B と A を交互に右から掛けて得られる行列

$$A, AB, ABA, ABAB, \dots,$$

および行列 B から始めて、 A と B を交互に右から掛けて得られる行列

$$B, BA, BAB, BABA, \dots$$

を考える。これらの行列の中で、相異なるものをすべて成分を用いて表せ。

(下書き用紙)

[3] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 17 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

実数 a と自然数 n に対して、 x の方程式

$$a(x^2 + |x + 1| + n - 1) = \sqrt{n}(x + 1)$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) この方程式が実数解を持つような a の範囲を、 n を用いて表せ。
- (2) この方程式が、すべての自然数 n に対して実数解を持つような a の範囲を求めよ。

(下書き用紙)

[4] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **18** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

p と q はともに整数であるとする。2 次方程式 $x^2 + px + q = 0$ が実数解 α, β を持ち、条件 $(|\alpha| - 1)(|\beta| - 1) \neq 0$ をみたしているとする。このとき、数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = (\alpha^n - 1)(\beta^n - 1) \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定義する。以下の問いに答えよ。

(1) a_1, a_2, a_3 は整数であることを示せ。

(2) $(|\alpha| - 1)(|\beta| - 1) > 0$ のとき、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$ は整数であることを示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ となるとき、 p と q の値をすべて求めよ。ただし、 $\sqrt{5}$ が無理数であることは証明なしに用いてよい。

(下書き用紙)

[5] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **19** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

いくつかの玉が入った箱 A と箱 B があるとき、次の試行 T を考える。

(試行 T) 箱 A から 2 個の玉を取り出して箱 B に入れ、その後、
箱 B から 2 個の玉を取り出して箱 A に入れる。

最初に箱 A に黒玉が 3 個、箱 B に白玉が 2 個入っているとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 試行 T を 1 回行ったときに、箱 A に黒玉が n 個入っている確率 p_n ($n = 1, 2, 3$) を求めて既約分数で表せ。
- (2) 試行 T を 2 回行ったときに、箱 A に黒玉が n 個入っている確率 q_n ($n = 1, 2, 3$) を求めて既約分数で表せ。
- (3) 試行 T を 3 回行ったときに、箱 A の中がすべて黒玉になっている確率を求めて既約分数で表せ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)