

平成27年度入学試験問題

数

学

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ

(注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子、解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は、12 ページあります。
また、中にはさみ込まれている解答紙は、5 枚（**26** から **30** まで）です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し、
問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は、
手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に、各解答紙の 2 箇所受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。
小問があるときは、小問の番号を明記して解答しなさい。
解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は、250 点満点です。なお、経済学部経済工学科については、
300 点満点に換算します。

数 学

数学 I，数学 A
数学 II，数学 B
数学 III

[1] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 26 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

C_1, C_2 をそれぞれ次式で与えられる放物線の一部分とする。

$$C_1 : y = -x^2 + 2x, \quad 0 \leq x \leq 2$$

$$C_2 : y = -x^2 - 2x, \quad -2 \leq x \leq 0$$

また、 a を実数とし、直線 $y = a(x + 4)$ を ℓ とする。

(1) 直線 ℓ と C_1 が異なる 2 つの共有点をもつための a の値の範囲を求めよ。

以下、 a が (1) の条件を満たすとする。このとき、 ℓ と C_1 で囲まれた領域の面積を S_1 、 x 軸と C_2 で囲まれた領域で ℓ の下側にある部分の面積を S_2 とする。

(2) S_1 を a を用いて表せ。

(3) $S_1 = S_2$ を満たす実数 a が $0 < a < \frac{1}{5}$ の範囲に存在することを示せ。

(下書き用紙)

[2] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **27** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = \frac{1}{x(\log x)^2}$ は $x > 1$ において単調に減少することを示せ。

(2) 不定積分 $\int \frac{1}{x(\log x)^2} dx$ を求めよ。

(3) n を 3 以上の整数とすると、不等式

$$\sum_{k=3}^n \frac{1}{k(\log k)^2} < \frac{1}{\log 2}$$

が成り立つことを示せ。

(下書き用紙)

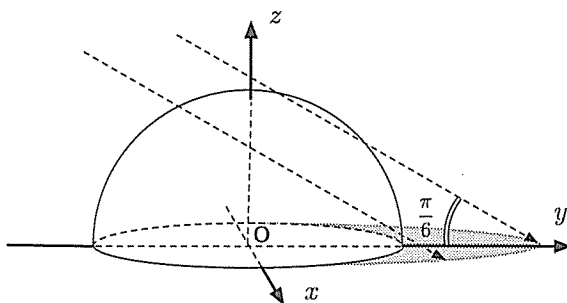
[3] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **28** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

座標空間内に、原点 $O(0,0,0)$ を中心とする半径 1 の球がある。下の概略図のように、 y 軸の負の方向から仰角 $\frac{\pi}{6}$ で太陽光線が当たっている。この太陽光線はベクトル $(0, \sqrt{3}, -1)$ に平行である。球は光を通さないものとするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 球の $z \geq 0$ の部分が xy 平面上につくる影を考える。 k を $-1 < k < 1$ を満たす実数とするとき、 xy 平面上の直線 $x = k$ において、球の外で光が当たらない部分の y 座標の範囲を k を用いて表せ。
- (2) xy 平面上において、球の外で光が当たらない部分の面積を求めよ。
- (3) $z \geq 0$ において、球の外で光が当たらない部分の体積を求めよ。



(下書き用紙)

[4] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **29** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

袋の中に最初に赤玉 2 個と青玉 1 個が入っている。次の操作を繰り返す行う。

(操作) 袋から 1 個の玉を取り出し、それが赤玉ならば代わりに青玉 1 個を袋に入れ、青玉ならば代わりに赤玉 1 個を袋に入れる。
袋に入っている 3 個の玉がすべて青玉になるとき、硬貨を 1 枚もらう。

- (1) 2 回目の操作で硬貨をもらう確率を求めよ。
- (2) 奇数回目の操作で硬貨をもらうことはないことを示せ。
- (3) 8 回目の操作ではじめて硬貨をもらう確率を求めよ。
- (4) 8 回の操作でもらう硬貨の総数がちょうど 1 枚である確率を求めよ。

(下書き用紙)

[5] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **30** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

以下の問いに答えよ。

- (1) n が正の偶数のとき、 $2^n - 1$ は 3 の倍数であることを示せ。
- (2) n を自然数とする。 $2^n + 1$ と $2^n - 1$ は互いに素であることを示せ。
- (3) p, q を異なる素数とする。 $2^{p-1} - 1 = pq^2$ を満たす p, q の組をすべて求めよ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

