

平成28年度入学試験問題

数 学

数学 I, 数学 A
数学 II, 数学 B

(注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子、解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は、12 ページあります。
また、中にはさみ込まれている解答紙は、4 枚 (22 から 25 まで) です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し、
問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は、
手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に、各解答紙の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。
小問があるときは、小問の番号を明記して解答しなさい。
解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は、200 点満点です。なお、文学部及び医学部保健学科（看護学専攻）については、100 点満点に換算します。

数 学 数学 I, 数学 A
数学 II, 数学 B

[1] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **22** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

座標平面において、 x 軸上に 3 点 $(0, 0)$, $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ ($0 < \alpha < \beta$) があり、曲線 $C: y = x^3 + ax^2 + bx$ が x 軸とこの 3 点で交わっているものとする。ただし、 a, b は実数である。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C と x 軸で囲まれた 2 つの部分の面積の和を S とする。 S を α と β の式で表せ。
- (2) β の値を固定して、 $0 < \alpha < \beta$ の範囲で α を動かすとき、 S を最小とする α を β の式で表せ。

(下書き用紙)

[2] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **23** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

t を $0 < t < 1$ を満たす実数とする。面積が 1 である三角形 ABC において、辺 AB, BC, CA をそれぞれ $2:1$, $t:1-t$, $1:3$ に内分する点を D, E, F とする。また、AE と BF, BF と CD, CD と AE の交点をそれぞれ P, Q, R とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 3 直線 AE, BF, CD が 1 点で交わるときの t の値 t_0 を求めよ。

以下、 t は $0 < t < t_0$ を満たすものとする。

(2) $AP = k AE$, $CR = \ell CD$ を満たす実数 k, ℓ をそれぞれ求めよ。

(3) 三角形 BCQ の面積を求めよ。

(4) 三角形 PQR の面積を求めよ。

(下書き用紙)

[3] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **24** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

袋の中に、赤玉が 15 個、青玉が 10 個、白玉が 5 個入っている。袋の中から玉を 1 個取り出し、取り出した玉の色に応じて、以下の操作で座標平面に置いたコインを動かすことを考える。

(操作) コインが点 (x, y) にあるものとする。赤玉を取り出したときにはコインを点 $(x+1, y)$ に移動、青玉を取り出したときには点 $(x, y+1)$ に移動、白玉を取り出したときには点 $(x-1, y-1)$ に移動し、取り出した球は袋に戻す。

最初に原点 $(0, 0)$ にコインを置き、この操作を繰り返して行う。指定した回数だけ操作を繰り返した後、コインが置かれている点を到達点と呼ぶことにする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 操作を n 回繰り返したとき、白玉を 1 度だけ取り出したとする。このとき、到達点となり得る点をすべて求めよ。
- (2) 操作を n 回繰り返したとき、到達点となり得る点の個数を求めよ。
- (3) 座標平面上の 4 点 $(1, 1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$, $(1, -1)$ を頂点とする正方形 D を考える。操作を n 回繰り返したとき、到達点が D の内部または辺にある確率を P_n とする。 P_3 を求めよ。
- (4) 自然数 N に対して P_{3N} を求めよ。

(下書き用紙)

[4] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **25** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

自然数 n に対して、 10^n を 13 で割った余りを a_n とおく。 a_n は 0 から 12 までの整数である。以下の問いに答えよ。

- (1) a_{n+1} は $10a_n$ を 13 で割った余りに等しいことを示せ。
- (2) $a_1, a_2, \dots, a_6$ を求めよ。
- (3) 以下の 3 条件を満たす自然数 N をすべて求めよ。
 - (i) N を十進法で表示したとき 6 桁となる。
 - (ii) N を十進法で表示して、最初と最後の桁の数字を取り除くと 2016 となる。
 - (iii) N は 13 で割り切れる。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

