

数 学 問 題

はじめにこれを読みなさい。

1. 解答用紙にはあなたの受験番号があらかじめ印刷されています。印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票を見て確認しなさい。
2. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入しなさい。筆記用具はHBの黒鉛筆を使用してください。
3. 訂正するときは、消しゴムできれいに消し、ゴムくずが紙面に残らないようにしてください。
4. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。また、所定の欄以外のところには、絶対に記入しないでください。
5. 解答用紙は持ち帰らないこと。
6. 問題用紙は持ち帰ること。
7. 試験時間は60分である。
8. この問題つづりは2ページまでである。

9. マーク記入例

良い例	悪い例
	

〔Ⅰ〕 下記の空欄にあてはまる適当な数字を所定の解答欄の中から選んでマークせよ。

1つの数列の有限個の項が与えられただけでは、数列は決まらない。

たとえば、数列 $\{a_n\}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) の最初の3項が

6, 12, 24

のように与えられたとしよう。

(1) この数列が等比数列だとしたら、一般項は $\boxed{\text{ア}} \times \boxed{\text{イ}}^n$ となり、第4項は $\boxed{\text{ウ}} \mid \boxed{\text{エ}}$ になる。

(2) この数列の一般項が n の2次関数だとしたら、その2次関数は

$$f(n) = \boxed{\text{オ}} n^2 - \boxed{\text{カ}} n + \boxed{\text{キ}}$$

となり、第4項は $\boxed{\text{ク}} \mid \boxed{\text{ケ}}$ になる。

(3) この数列の一般項が n の3次関数

$$g(n) = an^3 + bn^2 + cn + d$$

となる場合を考えよう。(2) の2次関数 $f(n)$ とは第3項までは一致しているから、それとの差を $h(n) = g(n) - f(n)$ とおくと、 $h(1) = h(2) = h(3) = 0$ である。したがって因数定理によって、 $h(n)$ は $n-1$ でも $n-2$ でも $n-3$ でも割り切れて

$$h(n) = a(n-1)(n-2)(n-3)$$

とおくことができる。そこで、 $g(n) = f(n) + h(n)$ の両辺の係数を比較して

$$b = -\boxed{\text{コ}} a + \boxed{\text{サ}},$$

$$c = \boxed{\text{シ}} \mid \boxed{\text{ス}} a - \boxed{\text{セ}},$$

$$d = -\boxed{\text{ソ}} a + \boxed{\text{タ}}$$

a は0以外任意にとれるから、求める3次関数 $g(n)$ は無数にあることがわかる。

〔Ⅱ〕 次の空欄にあてはまる適当な数・式または言葉を、所定の解答欄に記入せよ。

(1) 2つの実数 a, b ($a < b$) が与えられているとき、実数 x に対して

$$S = |x - a| + |x - b|$$

は、 x が範囲 $\boxed{\text{①}}$ にあるとき最小値 $\boxed{\text{②}}$ をとる。

- (2) 4つの実数 a, b, c, d ($a < b < c < d$) が与えられたとき、実数 x に対する

$$S = |x - a| + |x - b| + |x - c| + |x - d|$$

の最小値を考えよう。 S を $S_1 = |x - b| + |x - c|$ と $S_2 = |x - a| + |x - d|$ の和と考えると、 S_1 は x が範囲 ③ にあるとき最小値 ④ をとり、 S_2 は x が範囲 ⑤ にあるとき最小値 ⑥ をとるが、範囲 ⑦ は ⑧ に含まれるから、 S は x の範囲が ⑨ のとき最小値 ⑩ をとる。

- (3) 4つの正の実数 a, b, c, d が右の

表のような縦横の合計値をもつとき、

各数のとりうる値の範囲はそれぞれ

⑪ , ⑫ , ⑬ ,
⑭ となる。またこのとき、実数

			合 計
	a	b	10
	c	d	40
合 計	22	28	

x に対する $S = |x - a| + |x - b| + |x - c| + |x - d|$ の最小値は ⑮ になる。

- 〔Ⅲ〕 ある商品は、売り値 p 円/kg に対して売上げ量 q kg が決まり、それだけの仕入れ量に対して仕入れ価格 r 円/kg が決まる。

今の時点では、この商品の売り値が 100 円/kg のときは 120 kg 売れるが、売り値をそれより 1 kg あたり 1 円あげるごとに売上げ量は 120 kg より 2 kg ずつの割合でへり、逆に 1 円さげるごとに $3\frac{1}{3}$ kg ずつの割合でふえるという。またこの商品を 120 kg 仕入れれば仕入れ価格は 1 kg あたり 90 円だが、仕入れ量がそれより 1 kg ふえるごとに割引きのおかげで仕入れ価格は 1 kg あたり $\frac{1}{4}$ 円ずつの割合でへり、逆に 1 kg へるごとに 1 kg あたり $\frac{3}{8}$ 円ずつの割合でふえる。売上げ量だけ仕入れるものとして、次の問に答えよ。

- 売上げ量 q を売り値 p の関数として式に表わせ。
- 仕入れ価格 r を仕入れ量 q の関数として式に表わせ。
- (1)から、売り値 p を売上げ量 q の関数として解け。
- 利益 $w = (p - r)q$ を q の関数として表わせ。
- 利益 w を最大にする売り値 p とそのときの利益額 w とを求めよ。