

数 学 問 題

はじめにこれを読みなさい。

1. 解答用紙にはあなたの受験番号があらかじめ印刷されています。印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票を見て確認しなさい。
2. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入しなさい。解答欄は裏面にもあります。筆記用具はHBの黒鉛筆を使用してください。
3. 訂正するときは、消しゴムできれいに消し、ゴムくずが紙面に残らないようにしてください。
4. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。また、所定の欄以外のところには、絶対に記入しないでください。
5. 解答用紙は持ち帰らないこと。
6. 問題用紙は持ち帰ること。
7. 試験時間は60分です。
8. この問題つづりは2ページまであります。
9. マーク記入例

良い例	悪い例
	

問Ⅰ 座標平面上の3点 A, B, C に関して、座標がそれぞれ $A(1, 9)$, $B(3, -3)$, $C(9, 1)$ であるとする。下記の空欄に当てはまる適当な数字を所定の解答欄にマークせよ。ただし分数はすべて既約分数の形にしない。

- (1) 3点 A, B, C までの距離が等しい点 P, すなわち, $PA = PB = PC$ と

なるような点 P の座標は, $\left(\frac{\boxed{\text{ア}}\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \frac{\boxed{\text{エ}}\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \right)$ である。

- (2) 3点 A, B, C までの距離の二乗の和 $QA^2 + QB^2 + QC^2$ の値が最小と

なるような点 Q の座標は, $\left(\frac{\boxed{\text{キ}}\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right)$ である。

- (3) 点 A, 点 C と点 R を結んだ直線 AR, CR が, それぞれ直線 BC, AB と直交する, すなわち, $AR \perp BC$, $CR \perp AB$ が成立する, とする。

こうした条件を満たす点 R の座標は, $\left(\frac{\boxed{\text{シ}}\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \right)$ である。

問Ⅱ 下記の空欄に当てはまる適当な数字を所定の解答欄にマークせよ。

- (1) 100 以上 400 以下の整数のうち, 3 で割ると余りが 1 となり, 5 で割ると

余りが 2 となる整数について, 最小の整数は $\boxed{\text{チ}}\boxed{\text{ツ}}\boxed{\text{テ}}$ であり, 最大の整数は $\boxed{\text{ト}}\boxed{\text{ナ}}\boxed{\text{ニ}}$ である。また, その個数は $\boxed{\text{ヌ}}\boxed{\text{ネ}}$ 個である。それらすべての整数の和は $\boxed{\text{ノ}}\boxed{\text{ハ}}\boxed{\text{ヒ}}\boxed{\text{フ}}$ である。

- (2) 1728 の約数のうち, 最小の約数は 1, 最大の約数は 1728 であり, 約数の

個数は全部で $\boxed{\text{ヘ}}\boxed{\text{ホ}}$ 個である。これらの約数のうち, 奇数であるものの和は $\boxed{\text{マ}}\boxed{\text{ミ}}$ であり, 偶数であるものの和は $\boxed{\text{ム}}\boxed{\text{メ}}\boxed{\text{モ}}\boxed{\text{ヤ}}$ である。

- (3) 1 の位が 0 ではない 3 桁の自然数がある。この自然数の 100 の位と 1 の位

を入れ替えた数から元の数を引いた差が 12 の正の倍数となり, 入れ替えた数と元の数の和が 5 の倍数となるとする。こうした条件を満たす最小の自然数は $\boxed{\text{ユ}}\boxed{\text{ヨ}}\boxed{\text{ラ}}$ であり, 最大の自然数は $\boxed{\text{リ}}\boxed{\text{ル}}\boxed{\text{レ}}$ である。

問Ⅲ 座標平面上の $y = x^2$ という放物線 C に対して、第1象限の点 $P(a, b)$ を通る接線を考える。

- (1) 放物線 C に対して点 P を通る相異なる二つの接線が引けるために点 P の座標成分 a, b が満たすべき必要十分条件を求めよ。
- (2) 点 P が(1)の条件を満たすとき、二つの接線の傾きを m_1, m_2 (ただし、 $m_1 < m_2$ とする)、接点をそれぞれ点 A, B とする。またこのときの $\angle APB$ の大きさを θ とおく。 $\cos \theta$ を m_1, m_2 で表しなさい。
- (3) (2)の場合で、点 P の座標が $(1, \frac{1}{4})$ のとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。