

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

1. この問題用紙は2ページまでである。
2. これは、数学の問題である。解答用紙とともに出願時に選択した科目のものであるかどうか確認の上、解答すること。
3. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
4. 解答用紙には受験番号が印刷されているので、受験票と照合して受験番号が正しいかどうか確認すること。
5. 解答はすべて解答用紙の解答欄に記入またはマークすること。解答欄以外のところには何も記入しないこと。
6. 解答は必ずHBの黒鉛筆を使用すること。
7. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 解答用紙は持ちかえないこと。
10. この問題用紙は必ず持ちかえること。
11. この試験時間は60分である。
12. マーク記入例

良い例	悪い例
	

〔I〕 次の各問の に入る数字を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. $x^2 - pqx + p + q = 0$ の解を α, β とするとき, $(\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$, $2(\alpha + \beta) = p\alpha\beta$ を満たすとする。このとき, 定数 p, q は $p = \text{(1)}$, $q = \text{(2)}$ である。

2. ω を複素数とし, r を正の実数とする。このとき, 複素数平面上で曲線 $|z - \omega| = r$ が 3 点 $-i, 1 - i, 2 + i$ を通るならば ω の偏角は, $\arg \omega = \text{(3)}^\circ$ であり, $r = \text{(4)}$ である。

3. 52 枚のトランプのカードから 5 枚のカードを選んだとき, ワンペア, すなわち 2 枚のカードが同じ数を持ち, 残りの 3 枚は他のカードと異なる数を持つという手ができる場合の数を a 通りとし, スリーカード (3 枚が同じ数で, 残りの 2 枚は他のカードと異なる数を持つ) となる場合の数を b 通り, フルハウス (3 枚が同じ数で, 残りの 2 枚が別の同じ数) となる場合の数を c 通りとする。

このとき, $\frac{a}{b} = \text{(5)}$, $\frac{3b}{c} = \text{(6)}$ となる。

- | | | | |
|---------------------------------------|----------------------|--------------------------|-------------------|
| A. 12 | B. 20 | C. 22 | D. $\frac{80}{3}$ |
| E. 40 | F. 44 | G. 45 | H. 60 |
| I. 61 | J. 1 | K. $\sqrt{2}$ | L. 3 |
| M. $5 + i$ | N. -1 | O. $-1 + i$ | P. $\sqrt{3} - i$ |
| Q. $1 - i\sqrt{5}$ | R. $\frac{1}{2} + i$ | S. $\frac{\sqrt{2}}{2}i$ | |
| T. $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i}{2}$ | U. $\frac{1}{2}$ | V. $\frac{3}{2}$ | |
| W. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | X. $\frac{10}{7}$ | Y. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ | |
| Z. $\frac{8\sqrt{3}}{5}$ | | | |

〔Ⅱ〕 1. すべての実数 $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ に対して、次のふたつの不等式が成立することをそれぞれ示せ。

$$(1) (a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)$$

$$(2) \sqrt{(a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2 + (a_3 + b_3)^2} \\ \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} + \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}$$

2. 空間内のベクトル $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ について、次の不等式が成立することを示せ。

$$|\vec{x} - \vec{z}| \leq |\vec{x} - \vec{y}| + |\vec{y} - \vec{z}|$$

〔Ⅲ〕 xy 平面の点の集合 A を $A = \{(6a, 99b) \mid a, b \text{ は、整数}\}$ と定める。このとき、次の問に答えよ。

1. A が直線 $y = -x + c$ と交わるための必要十分条件は、 c が 3 で割り切れる整数であることを証明せよ。

2. A が曲線 $y = -x^2 + d$ と交わるための d に関する必要十分条件を求めよ。

3. 曲線 $y = -x^2 + d$ と A が交わるように正数 d をとる。このとき、 $0 < y$ と $4y \leq -11x^2 + 44d^2$ で定まる領域と A との共通部分集合の要素の個数を求めよ。