

〔 I 〕 次の(1)から(3)までの各問の空欄に該当するものを解答群から1つ選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。

- (1) 条件 $a \geq 0$, $b \geq 0$, $a + b = 1$ をみたす定数 a , b に対し、数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ を次のように定義する。

$$x_1 = a, y_1 = b,$$

$$x_n = x_{n-1}^2 + y_{n-1}^2, y_n = 2x_{n-1}y_{n-1} \quad (n = 2, 3, 4, \dots).$$

このとき、 $ab = 0$ ならば $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \boxed{\text{ア}}$ であり、 $ab \neq 0$ ならば

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \boxed{\text{イ}}$ となる。

ア、イの解答群

- | | | | |
|------------------|-------------------------|-----------------|---------------|
| ① 0 | ② $\frac{1}{4}$ | ③ $\frac{1}{2}$ | ④ 1 |
| ⑤ $\frac{1}{ab}$ | ⑥ $\frac{2}{a^2 + b^2}$ | ⑦ $2ab$ | ⑧ $a^2 + b^2$ |
| ⑨ $1 - 2ab$ | ⑩ $1 - (a^2 + b^2)$ | | |

(2) a, b, c は実数とする。関数 $f(x) = x^{2001} + ax^2 + bx + c$ が

$$f\left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}\right) = 0, f(1) = 21$$

をみたすならば, $a =$ ウ, $b =$ エ, $c =$ オ である。
ただし i は虚数単位である。

ウ, エ, オの解答群

- | | | | | |
|-----------|---------|---------|--------|----------|
| ① -2001 | ② -21 | ③ -20 | ④ -7 | ⑤ -6 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 20 | ⑨ 21 | ⑩ 2001 |

- (3) 座標平面上に3点 $A(0, 3)$, $B(4, 0)$, $C(c, 0)$ を $\overline{AC} = \overline{BC}$ が成り立つようにとると, $c = \boxed{\text{カ}}$ であり, $\triangle ABC$ に内接する円の中心の座標は $(\boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}})$ である。

カ, キ, クの解答群

① $\frac{5}{8}$

② $\frac{3}{4}$

③ $\frac{5}{6}$

④ $\frac{7}{8}$

⑤ 1

⑥ $\frac{7}{6}$

⑦ $\frac{4}{3}$

⑧ $\frac{3}{2}$

⑨ $\frac{5}{3}$

⑩ $\frac{8}{3}$

〔Ⅱ〕 a, b は整数とする。曲線 $C: y = x^2 + ax + b$ は x 軸と異なる 2 点で交わり、曲線 C と x 軸とで囲まれる図形の面積 S は整数値をとるといふ。次の問に答えよ。

(1) S を a, b の式で表わせ。

(2) S の値の最小値を求めよ。

(3) 整数 a, b が $0 \leq a \leq 100, 0 \leq b \leq 100$ の範囲にあるとき、 S が(2)で求めた値をとるような a, b の組 (a, b) は全部で何通りあるか。

〔Ⅲ〕 a は $0 \leq a \leq 2$ の範囲にある定数とする。次の問に答えよ。

(1) $\log 9 > a$ を示せ。

(2) 定積分

$$\int_1^9 |\log x - a| dx$$

を求めよ。

(3) 関数 $f(t)$ を

$$f(t) = \int_1^9 |\log x - t| dx \quad (0 \leq t \leq 2)$$

によって定める。 $f(t)$ の最小値を求めよ。

(4) 上で定めた関数 $f(t)$ の最大値を求めよ。

ただし、 $\log x$ は自然対数を表わし、自然対数の底 e は $2.7 < e < 2.8$ の範囲にある。

〔IV〕 次の文章のアからカまでの空欄に該当するものを解答群から1つ選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。

$$(1) \quad \frac{1}{(u^2-1)^2} = \frac{1}{4} \left\{ \frac{\boxed{\text{ア}}}{(u+1)^2} + \frac{\boxed{\text{イ}}}{(u-1)^2} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{u+1} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{u-1} \right\}$$

(2) 定積分

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}$$

に対し、置換積分法を用いると(1)の結果が利用でき

$$I = \boxed{\text{オ}} + \frac{1}{4} \log \boxed{\text{カ}}$$

となることがわかる。

ア、イ、ウ、エの解答群

① -9

② -7

③ -5

④ -3

⑤ -1

⑥ 1

⑦ 3

⑧ 5

⑨ 7

⑩ 9

オ、カの解答群

① $7 - 4\sqrt{3}$

② $2 - \sqrt{3}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

⑥ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑦ $\sqrt{3}$

⑧ 3

⑨ $2 + \sqrt{3}$

⑩ $7 + 4\sqrt{3}$