

〔Ⅰ〕 次の各問の に入る数字を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. a, b, c が正の実数で, $ab = c^2$, $3ab^2 = c^3$ を満たすとき,

$(\log_3 a)(\log_3 b)(\log_3 c) + 2(\log_3 a)(\log_3 c) - 2(\log_3 b)(\log_3 c) - 4\log_3 c$ の極大値は (1) であり, 極小値は (2) である。

2. xy 平面で放物線 $y = 2x^2 + ax - 1$ が $x = \sin\theta$ と $x = \cos\theta$ で x 軸と交わる時, $a =$ (3) である。

また, この放物線と $y = -(\tan\theta)x^2$

で囲まれる図形の面積は, (4) である。

3. xy 平面において, 曲線 $C: y = x^3 - x$ 上の点で, y 座標の値が極大値となるものを A , 極小値となるものを B とする。 A と B を通る直線と平行な直線で C と接するものはふたつあり, そのうち $x > 0$ で接点を持つものはその接点の座標が $(x, y) = ($ (5) , (6)) である。

A. 0	B. -1	C. 1	D. $\frac{1}{2}$
E. $-\frac{1}{2}$	F. $\frac{1}{3}$	G. $-\frac{1}{3}$	H. $-\frac{3}{2}$
I. $\frac{4}{3}$	J. $\frac{1}{\sqrt{2}}$	K. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$	L. $\frac{2}{\sqrt{2}}$
M. $-\frac{2}{\sqrt{2}}$	N. $\frac{2}{\sqrt{3}}$	O. $-\frac{2}{\sqrt{3}}$	P. $\frac{2}{3\sqrt{3}}$
Q. $-\frac{2}{3\sqrt{3}}$	R. $\frac{4}{\sqrt{5}}$	S. $-\frac{4}{\sqrt{5}}$	T. $-\frac{27}{8}$
U. $-\frac{8}{27}$	V. $-\frac{10}{27}$	W. $-\frac{14}{27\sqrt{2}}$	X. $-\frac{46}{81\sqrt{3}}$
Y. $\frac{24}{5\sqrt{5}}$	Z. $-\frac{36}{\sqrt{7}}$		

〔Ⅱ〕 1. 次の にあてはまるものを下の A～D から選び解答欄にマークせよ。

(1) $x^n = 1$ が成立するためには、 $x = 1$ であることが (1) 。

(2) 自然数 m について、 $\sqrt{2m}$ が整数であるためには、 m が偶数であることが (2) 。

(3) 自然数 n について、 n^2 が 3 の倍数であるためには、 n が 3 の倍数であることが (3) 。

(4) k を自然数とすると、 $\sin k\theta$ が有理数であるためには、 $\sin \theta$ が有理数であることが (4) 。

(5) $x^3 + (a+1)x^2 + (a+b)x + b = 0$ が重根を持つためには $a^2 - 4b = 0$ であることが (5) 。

(6) 自然数 n について、 n を 3 で割った余りが 1 であつ n を 4 で割った余りが 2 となるためには、 n を 12 で割った余りが 10 となることが (6) 。

A. 必要条件であるが十分条件でない

B. 十分条件であるが必要条件でない

C. 必要十分条件である

D. 必要条件でも十分条件でもない

2. 自然数 m, n について、 $am + bn = 1$ を満たす整数 a, b が存在するための必要十分条件は、 m と n の最大公約数が 1 であることを証明せよ。

〔Ⅲ〕 100 kg のアルミニウムを所有する会社が、2002 年から毎年末にアルミニウムを 10 kg ずつ買い付けることになった。ただし、2001 年末の 1 kg あたりのアルミニウムの価格は 180 円で、2001 年以降、この価格は毎年 5 % ずつ下落するものとする。このとき、次の問に答えよ。

1. アルミニウムの買い付けを始めてから n 年目の年末に買い付けを終えた時点で、所有するアルミニウムをすべて売却すると、その金額はいくらになっているか求めよ。
2. 所有するアルミニウムの売却金額が最大になるのは何年目か求めよ。
3. アルミニウムの買い付けを始めてから n 年目の年末に買い付けを終えた時点までに、買い付けに要した金額を求めよ。