

〔Ⅰ〕 次の各問の に入る数字を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. a は実数で $a < 0$ とする。 xy 平面上の $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y$ の範囲で x 軸, y 軸と曲線 $y = ax^2 - (2a + 1)x + 2$ で囲まれる図形が2点 $(0, 2)$, $(2, 0)$ を結ぶ線分で2対1または, 1対2の割合で分割されるとき, $a =$ (1) であるかまたは $a =$ (2) である。
2. a, b を整数とする。 $-1 + \sqrt{2}$ が方程式 $x^3 + ax + b = 0$ の解のひとつであるとき, $a =$ (3) , $b =$ (4) である。
3. x, y の範囲が, $0 \leq x$, $-2 \leq y$, $2x + y \leq 2$ で定められているとき $x^2y + xy$ の最大値は (5) であり, 最小値は (6) である。

- | | | | | |
|---------------------|-----------------------------|--------------------------|--------|-------------------|
| A. 0 | B. 1 | C. 2 | D. 3 | E. 4 |
| F. 5 | G. -3 | H. -5 | I. -7 | J. -8 |
| K. 9 | L. -10 | M. 11 | N. -12 | O. $1 - \sqrt{2}$ |
| P. $-1 + i\sqrt{2}$ | Q. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ | R. $\frac{1 + i}{3}$ | | |
| S. $-\frac{1}{2}$ | T. $\frac{1}{3}$ | U. $-\frac{2}{3}$ | | |
| V. $\frac{3}{2}$ | W. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ | X. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ | | |
| Y. $-\frac{3}{4}$ | Z. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ | | | |

〔Ⅱ〕 自然数 m , n について, m を n 進法で考えて s 桁とし, さらに $1 \leq i \leq s$ について i 桁目の数が m_i であるとき $m = (m_s)(m_{s-1}) \cdots (m_2)(m_1)$ と書くことにする。例えば, 27 を 4 進法で表現すれば, $(1)(2)(3)$ と 3 桁になる。このとき, 次の問に答えよ。

自然数 N を 6 進法で表現すると, $(x)(x)(2x+y)(y)$ と 4 桁になり, 7 進法で表現すると $(2x+y)(2x+y)(2x+y)$ と 3 桁になる。このとき, 自然数 x , y を求めよ。また, この x , y について N の r 進法での表現が $(y)(x+y)(2y)$ と 3 桁の数になるような自然数 r を求めよ。

〔Ⅲ〕 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ を整数とし, $a_0 = a_n = 0$ とする。ここで次の条件(＃)を考える。

条件(＃)：すべての $1 \leq i \leq n$ について, $|a_i - a_{i-1}| \leq 1$

このとき次の問に答えよ。

1. $n = 3$ の場合と $n = 4$ の場合それぞれについて, (＃)を満たす $a_0, a_1, \dots, a_n$ をすべて求めよ。
2. $n \geq 1$ について, (＃)を満たす $a_0, a_1, \dots, a_n$ は, 何通りあるか求めよ。