

問Ⅰ xy 平面上に点 $A(4, 0)$, 点 $B(0, 3)$ をとる。点 C は円 $S: x^2 + y^2 = 1$ 上の点とする。下記の空欄に当てはまる適当な数字を所定の解答欄にマークせよ。ただし分数はすべて既約分数の形にしろ。

- (1) 点 C が円 S 上を動くとき、三角形 ABC の重心 P の軌跡は、次の方程式で表される。

$$\left(x - \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\right)^2 + (y - \boxed{\text{ウ}})^2 = \frac{1}{9}$$

- (2) 点 C が円 S 上を動くとき、三角形 ABC の面積の最大値は $\frac{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$

であり、最小値は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

- (3) 三角形 ABC が直角三角形になる円 S 上の点 C は 2 点あるが、それを D, E とおくと、直線 DE の方程式は、 $\boxed{\text{ケ}}x + \boxed{\text{コ}}y = 1$ となる。

問Ⅱ 下記の空欄に当てはまる適当な数字を所定の解答欄にマークせよ。ただし分数はすべて既約分数の形にしろ。

- (1) $4^x - 3 \times 2^{x+2} + 32 = 0$ を満たす x は $\boxed{\text{サ}}$ と $\boxed{\text{シ}}$ である。

- (2) 2 つのサイコロを投げたとき、それらの目の合計が 3 で割り切れる確率は

$\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。また、3 つのサイコロを投げたとき、それらの目の合計が

9 以下で、3 で割り切れる確率は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

- (3) $4 \leq a \leq 11$, $a - 3 \leq b \leq 3a + 11$ を満たす整数 a, b の組み合わせの個数は $\boxed{\text{チ}} \boxed{\text{ツ}} \boxed{\text{テ}}$ である。

- (4) 関数 $f(x)$ が次の式を満たすとする。

$$\begin{cases} f'(x) = x \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 x f'(x) dx \\ \int_{-2}^2 f(x) dx = 28 \end{cases}$$

このとき、 $f(x) = \boxed{\text{ト}}x^2 + \boxed{\text{ナ}}x + \boxed{\text{ニ}}$ となる。

- 問Ⅲ 辺 AB の長さが 3，辺 AC の長さが 4 の三角形 ABC において，辺 AB の中点を M，辺 AC を 1 : 2 に内分する点を N とし，線分 BN と線分 CM の交点を P とする。 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ， $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$ とおく。線分 AP と線分 BC は垂直であるとする。このとき，次の問いに答えよ。ただし，(1)と(2)は解答欄に答のみ記入しなさい。
- (1) $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ を用いて表せ。
 - (2) 線分 AP の長さを求めよ。
 - (3) 三角形 ABC の垂心を Q とするとき， $\overrightarrow{AQ}$ を $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ を用いて表せ。