

〔Ⅰ〕 次の各問の に入る数字を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. 自然数 n について、数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = 5^n + 4 \cdot 5^{n-1} + 4^2 \cdot 5^{n-2} + \cdots + 4^{n-1} \cdot 5 + 4^n + 4^{n+1}$$

で定める。このとき、 $\{a_n\}$ は初項が (1) で、公比が (2) の等比数列である。

2. a を実数とし、 A は $-1 < x < 1$ の範囲で放物線 $y = 1 - x^2$ の上を動く点で、 A と $B(-1, 0)$ を通る直線の傾きが a となるものとする。点 C を点 A から x 軸への垂線と x 軸との交点とすると、 $\triangle ABC$ の面積は、 $a =$ (3) のとき最大となる。そのときの値は、 (4) である。

3. 放物線 $y = x^2 + ax + b$ の $x = 1$ での接線が、放物線 $y = x^2 + 1$ の $x = 1$ での接線と x 軸のなす角を 2 等分するとき、 $a =$ (5) , $b =$ (6) である。

A. $\frac{\sqrt{5}-5}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}-3}{2}$

C. $\frac{2-\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

E. $-\frac{1}{2}$

F. $\frac{2}{3}$

G. $-\frac{3}{4}$

H. $-\frac{8}{9}$

I. $\frac{12}{25}$

J. $\frac{16}{27}$

K. 0

L. -1

M. 1

N. -2

O. 2

P. -3

Q. 3

R. -5

S. 5

T. -7

U. 7

V. -9

W. 9

X. 16

Y. 25

Z. 36

〔Ⅱ〕 次の1～6の命題の真偽を判定し、命題が真なら解答欄のTを、偽ならFをマークせよ。

1. 関数 $f(x)$ が偶関数ならば、 $f(x-1)$ も偶関数である。
2. 三角形の3辺の長さをそれぞれ a, b, c とすると、 $a^2 \geq (b-c)^2$ が成り立つ。
3. N を自然数とする。 $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲で $\tan \theta$ の値が N 以下の自然数になる θ の個数は、ちょうど N 個ある。
4. x と y についての整式 A に、 $x=1, y=2$ を代入すると $A=0$ となる。
このとき、別の整式 B があって $A=(x-1)B$ が成り立つ。
5. 有限個の要素をもつ集合 U の部分集合 A, B, C について
$$n(A \cup B \cup C) = n(A \cup B) + n(B \cup C) + n(C \cup A)$$
が成り立つならば、 $A=B=C$ である。ただし、 $n(A)$ は A の要素の個数とする。
6. a, b, c を実数とし、複素数 z_1, z_2, z_3 を $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ の解とすると、 z_1, z_2, z_3 の共役複素数 $\overline{z_1}, \overline{z_2}, \overline{z_3}$ も $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ の解となる。

〔Ⅲ〕 $a^\circ \leq \theta \leq b^\circ$ の範囲で $2 \sin 2\theta$ が自然数となる θ の個数を $N(a, b)$ とおく。

ただし、 a, b は実数とする。このとき次の問に答えよ。

1. $N(60, 270)$ を求めよ。
2. $N(a, 180) = 3$ を満たす a の範囲を求めよ。
3. $\int_0^{180} N(0, t) dt$ を求めよ。

〔Ⅳ〕 円周上の異なる4点のうち、どの3点をとっても二等辺三角形の3頂点となっているとき、この4点でつくられる四角形の形状を求めよ。また、この四角形の対角線のひとつの長さを x とすると、四角形の4辺の長さをそれぞれ x で表わせ。