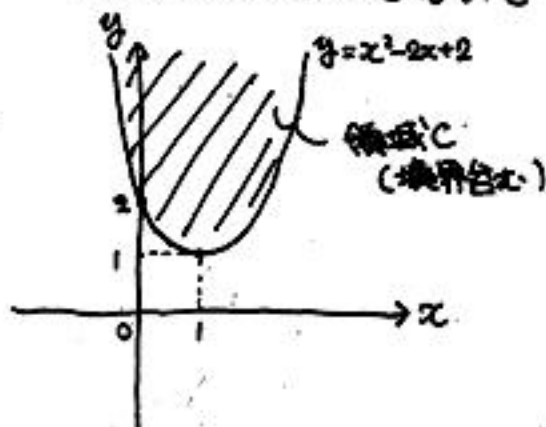


I. (1) B (2) B (3) Y (4) Q (5) F (6) K

$$\text{II. } y - x^2 + 2x \geq 2$$

$$\text{より, } y \geq x^2 - 2x + 2 \quad (= (x-1)^2 + 1)$$

をみたす領域がちなのを図示すると、図の斜線部



- (1) $x + y = R$ (R : 定数) とおくと
 $y = -x + R$ (直線) とおける。
 R が最小となるとき、
 直線 $y = -x + R$ と、
 放物線 $y = x^2 - 2x + 2$
 が接するときであるので、
 $-x + R = x^2 - 2x + 2$
 $x^2 - x + 2 - R = 0 \dots \textcircled{1}$

①の判別式 D とおくと、 $D = 1 - 4(2 - R) = 0$

$R = \frac{7}{4}$ これを①に代入すると、 $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

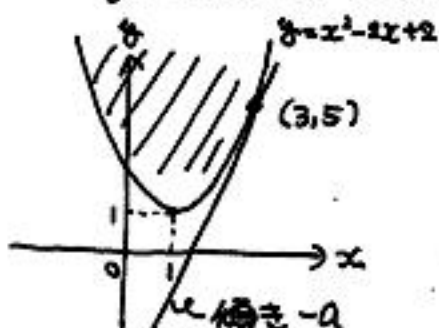
$(x - \frac{1}{2})^2 = 0$ $x = \frac{1}{2}$ これは、接点の x 座標。

よって、 y 座標は、 $y = -\frac{1}{2} + \frac{7}{4} = \frac{5}{4}$

$(x, y) = (\frac{1}{2}, \frac{5}{4}) //$

(2) $ax + y = R'$ (R' : 定数) とおくと、

$y = -ax + R'$ (直線) とおける。



$(3, 5)$ は、放物線 $y = x^2 - 2x + 2$ 上の点であるので、

R' が最小となるのは、

この直線が $(3, 5)$ で接するとき。

$y' = 2x - 2$ より、 $(3, 5)$ における接線は、

$$\begin{aligned} y &= 4(x - 3) + 5 \\ &= 4x - 7 \end{aligned}$$

したがって、 $a = -4 //$

III.

- (1) $E(2,2)$ は、2回サイコロを振ったとき、 P が $(2,0)$ または $(0,2)$ にあればよいので、

$$E(2,2) = \frac{3 \times 3 + 3 \times 3}{6^2} = \frac{1}{2} //$$

- $E(3, \sqrt{5})$ は、3回サイコロを振ったとき、 P が $(1,2)$ または $(2,1)$ にあればよく、

$(1,2)$ のとき、(奇→偶→偶), (偶→奇→偶), (偶→偶→奇)

$(2,1)$ のとき (偶→奇→奇), (奇→偶→奇), (奇→奇→偶)

のパターンなので、

$$E(3, \sqrt{5}) = \frac{(3 \times 3 \times 3) \times 2}{6^3} = \frac{3}{4} //$$

- (2) $D(10) = 10 //$ ($(10,10)$ または $(10,0)$ のとき)

$$d(10) = 5\sqrt{2} //$$
 (両方) のとき

- (3) n : 偶数なので、

$$\sqrt{2} d(n) = D(4n-12)$$

$$\hookrightarrow \sqrt{2} \cdot \frac{n}{2} \sqrt{2} = 4n-12$$

$$n = 4n-12$$

$$n = 4 //$$

- (4) $\frac{E(n, \sqrt{n^2-4n+8})}{E(n+1, \sqrt{n^2-2n+5})} = \frac{E(n, \sqrt{(n-2)^2+2^2})}{E(n+1, \sqrt{(n-1)^2+2^2})}$ とかけるので、

$E(n, \sqrt{n^2-4n+8})$ は、 n 回サイコロを振ったとき、 P が $(2, n-2), (n-2, 2)$ にくる確率なので、

$$E(n, \sqrt{n^2-4n+8}) = \frac{\frac{n!}{2!(n-2)!} \times 3^n \times 2}{6^n} = \frac{3^n \cdot n!}{6^n (n-2)!}$$

同様に、

$E(n+1, \sqrt{n^2-2n+5})$ は、 $n+1$ 回の試行で P が $(2, n-1), (n-1, 2)$ にくる確率なので、

$$E(n+1, \sqrt{n^2-2n+5}) = \frac{\frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} \times 3^{n+1} \times 2}{6^{n+1}} = \frac{3^{n+1} (n+1)!}{6^{n+1} (n-1)!}$$

$$\frac{E(n, \sqrt{n^2-4n+8})}{E(n+1, \sqrt{n^2-2n+5})} = \frac{3^n \cdot n!}{6^n (n-2)!} \cdot \frac{6^{n+1} (n-1)!}{3^{n+1} (n+1)!} = \frac{2(n-1)}{n+1} //$$