

I.

- (1)最大...C, 最小...B
- (2)最大...B, 最小...A
- (3)最大...A, 最小...C
- (4)最大...A, 最小...B
- (5)最大...C, 最小...A
- (6)最大...A, 最小...B
- (7)最大...B, 最小...A
- (8)最大...A, 最小...B
- (9)最大...A, 最小...C
- (10)最大...A, 最小...C
- (11)最大...C, 最小...A
- (12)最大...C, 最小...A

II.

$$(1) \quad \frac{3}{8} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{9} \right)^n \right\}$$

$$(2) \quad 2x - 3$$

$$(3) \quad B = \{2, 3, 5\}$$

III.

(1) 加法定理の式において、 $\alpha = \beta = \theta$ とすると、

$$\begin{aligned}\cos 2\theta &= \cos(\theta + \theta) \\ &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ &= \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) \\ &= 2\cos^2 \theta - 1 \cdots \cdots (\text{答})\end{aligned}$$

を得る。

(2) 与えられた式を a について整理すると、

$$a(\cos^2 \theta - \cos 2\theta) + \cos^2 \theta + \cos \theta$$

である。この式が a について恒等的に 0 になるための必要十分条件は、以下の①かつ②である。

$$\begin{cases} \cos^2 \theta - \cos 2\theta = 0 \cdots \cdots ① \\ \cos^2 \theta + \cos \theta = 0 \cdots \cdots ② \end{cases}$$

①より

$$\cos^2 \theta - (2\cos^2 \theta - 1) = -\cos^2 \theta + 1 = 0$$

なので、 $\cos \theta = \pm 1$.

また②より、 $\cos \theta = 0, -1$.

よって、 $\cos \theta = -1 \cdots \cdots (\text{答})$

IV.

α, β は 2 次方程式 $ax^2 + bx + c - (px + q) = 0$ の解であることに注意する。 $\alpha \leq x \leq \beta$ の範囲では、直線と放物線の上下関係は途中で変わることはないので、

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{\alpha}^{\beta} |ax^2 + bx + c - (px + q)| dx \\
 &= \int_{\alpha}^{\beta} |a(x - \alpha)(x - \beta)| dx \\
 &= \left| \int_{\alpha}^{\beta} a(x - \alpha)(x - \beta) dx \right| \\
 &= \left| a \left[\frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} (\alpha + \beta) x^2 + \alpha \beta x \right]_{\alpha}^{\beta} \right| \\
 &= \left| a(\beta - \alpha) \left\{ \frac{1}{3} (\alpha^2 + \alpha \beta + \beta^2) - \frac{1}{2} (\beta^2 + 2\alpha \beta + \alpha^2) + \alpha \beta \right\} \right| \\
 &= \left| \frac{a}{6} (\beta - \alpha) (-\alpha^2 + 2\alpha \beta - \beta^2) \right| \\
 &= \frac{|a| (\beta - \alpha)^3}{6}
 \end{aligned}$$