

I

番号	(1) ア	(1) イ	(2) ア	(3) ア	(3) イ	(3) ウ
答	G	C	C	C	C	D
番号	(3) 工	(4) ア	(4) イ	(4) ウ	(4) 工	(4) 才
答	E	E	C	A	C	A
番号	(4) 力	(5) ア	(5) イ			
答	I	D	B			

II

番号	ア	イ	ウ	エ	オ	カ
答	G	C	B	G	D	C
番号	キ	ク	ケ	コ		
答	D	C	G	C		

III

$$(1) AC = BD$$

$$\Leftrightarrow |\overrightarrow{AC}|^2 = |\overrightarrow{BD}|^2$$

$$\Leftrightarrow (-\vec{a} + \vec{c}) \cdot (-\vec{a} + \vec{c}) = (-\vec{b} + \vec{d}) \cdot (-\vec{b} + \vec{d})$$

$$\Leftrightarrow |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2 = |\vec{b}|^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{d} + |\vec{d}|^2$$

$$\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{d} \quad \dots \textcircled{1} \quad \because |\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = |\vec{d}|$$

また.

$$AD = BC$$

$$\Leftrightarrow |\overrightarrow{AD}|^2 = |\overrightarrow{BC}|^2$$

$$\Leftrightarrow (-\vec{a} + \vec{d}) \cdot (-\vec{a} + \vec{d}) = (-\vec{b} + \vec{c}) \cdot (-\vec{b} + \vec{c})$$

$$\Leftrightarrow |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{d} + |\vec{d}|^2 = |\vec{b}|^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2$$

$$\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{d} = \vec{b} \cdot \vec{c} \quad \dots \textcircled{2} \quad \because |\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = |\vec{d}|$$

したがって.

$$(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{c} + \vec{d})$$

$$= \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{d} - \vec{b} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{d}$$

$$= (\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{d}) + (\vec{a} \cdot \vec{d} - \vec{b} \cdot \vec{c})$$

$$= 0 \quad \because \textcircled{1} \textcircled{2} \quad //$$

(2) M, N は それぞれ AB, CD 中点なので.

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}).$$

$$\overrightarrow{ON} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d})$$

よって.

$$\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$$

$$= \frac{1}{2}(-\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}) \quad \dots \textcircled{3}$$

(3) $\because MN \perp AB$ と直交する.

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \quad \dots (*)$$

以下 $(*)$ を証明する.

$$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$= \frac{1}{2}(-\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}) \cdot (-\vec{a} + \vec{b}) \quad \because (2)$$

$$= \frac{1}{2} \{ |\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{d}$$

$$- \vec{a} \cdot \vec{b} - |\vec{b}|^2 + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{d} \} \quad \because |\vec{a}| = |\vec{b}|$$

$$= \frac{1}{2}(-\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{d}) + \frac{1}{2}(-\vec{a} \cdot \vec{d} + \vec{b} \cdot \vec{c})$$

$$= 0 \quad \because \textcircled{1}, \textcircled{2}$$

よって. 題意 (1) を証明された. //