

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

1. この問題冊子は 10 ページまでである。
2. 問題は、2 ページまでである。3 ページ以降は、計算用紙として使用してよい。
3. これは、数学の問題である。解答用紙とともに出願時に選択した科目のものであるかどうか確認の上、解答すること。
4. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
5. 解答用紙には受験番号が印刷されているので、受験票と照合して受験番号が正しいかどうか確認すること。
6. 解答はすべて解答用紙の解答欄に記入またはマークすること。解答欄以外のところには何も記入しないこと。
7. 解答は必ず HB の黒鉛筆を使用すること。
8. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 解答用紙は持ちかえないこと。
11. この問題用紙は必ず持ちかえること。
12. この試験時間は 60 分である。
13. 解答をマークする場合の注意。

(マーク記入例)

良い例	悪い例
	

〔I〕 次の各問の に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. $f(x) = \int_{-x}^x (x^2 - t^2) dt$ とおく。 $0 \leq x \leq \frac{3}{4}$ の範囲で、 $f(x) - f(x-1)$ の最大値は (1) で、最小値は (2) である。
2. $a + b = 2$ を満たす実数 a, b について、 $2x^2 - ax + b = 0$ の2つの解がある角度 θ によって $x = \sin \theta$ と $x = \cos \theta$ となるとき、 $a^2 - 8b \geq 0$ に注意すれば、 $a =$ (3) , $b =$ (4) と決まる。
3. 男女3人ずつが、チェスの試合をする。3人の男性がそれぞれ自分の対戦相手として、女性を1人指名し、同様に3人の女性もそれぞれ男性を1人指名する。このとき、男女それぞれが互いに指名しあった場合にチェスの対戦を行う。ここで、6人の指名の仕方は、 (5) 通りあり、そのうち3組の対戦が実現するのは、 (6) 通りである。

A. 0	B. $\frac{1}{3}$	C. $\frac{1}{2}$	D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
E. 1	F. $\frac{\sqrt{2}}{3}$	G. $\frac{4}{3}$	H. 2
I. -4	J. -6	K. 3	L. 4
M. 6	N. 9	O. 10	P. 12
Q. $2 \cos 45^\circ$	R. $3 \sin 30^\circ$	S. $\sqrt{3} \cos 60^\circ$	T. $5 \sin 60^\circ$
U. $\sqrt{2} \cos 180^\circ$	V. 27	W. 81	X. 243
Y. 729	Z. 2187		

〔Ⅱ〕 n を自然数とする。区間 $0 \leq x \leq n$ を定義域とする関数 $y = g(x)$ を次のように定める。1 以上 n 以下の範囲を動く自然数 i について、 $i - 1 \leq x \leq i$ の各区間上では $y = g(x)$ は 2 次関数とひとしく、 $y = g(x)$ のグラフは $y = x$ 上に頂点を持ち、2 点 $(i - 1, 0)$ 、 $(i, 0)$ を通る放物線になっているとする。

このとき、 $0 \leq x \leq n$ の範囲で $y = g(x)$ と x 軸で囲まれた領域の面積を求めよ。

〔Ⅲ〕 n を 4 以上の自然数とする。円周上に相異なる n 個の点を取り、ある点から時計回りに順番に $P_1, P_2, \dots, P_n$ と名前をつける。これらの点を頂点とする n 角形を C とする。 C のとなり合わない 2 頂点を結んで対角線を k 本取るとき次の条件を考える。

(#) k 本の対角線は、いずれも C の頂点以外では、共通部分を持たない。

つまり、 C の内側では、どの対角線も交差しない。

このとき、次の問いに答えよ。

1. $n = 8$ 、 $k = 2$ で、2 本の対角線のうち 1 本が、 $P_1 P_5$ であるとき、条件 (#) を満たす 2 本の対角線の取り方は、何通りあるか求めよ。
2. $n = 6$ のとき、条件 (#) を満たす 3 本の対角線の取り方をすべて求めよ。
3. k 本の対角線が条件 (#) を満たすならば、 $k \leq n - 3$ であることを n についての数学的帰納法を用いて証明せよ。
4. 条件 (#) を満たす k 本の対角線について、 C が k 本の対角線により三角形に分割されるための必要十分条件は、 $k = n - 3$ である。このことを n についての数学的帰納法を用いて証明せよ。