

て

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

(注意事項)

1. この問題用紙は、4 ページまでである。
2. これは、数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ、解答すること。
3. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
4. 解答用紙には受験番号が印刷されているので、受験番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
5. 解答はすべて「解答用紙」の解答欄に記入またはマークすること。解答欄以外のところには何も記入しないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
7. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 文字は一点一画まで正確に書くこと。
10. 解答用紙は持ちかえないこと。
11. この問題用紙は必ず持ちかえること。
12. この試験時間は 60 分である。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
	

- 〔Ⅰ〕 次の各問の にあてはまる数を各解答群から選び、解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。また、分数はすべて既約分数で表わし、根号の中の平方数は、根号の外に出して、簡略化せよ。

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ の小数部分を a とおくと、

$$a = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \text{ア}$$

このとき、 $2a^2 + 12a + 7 = -\text{イ} + \text{ウ} \sqrt{\text{エ}}$ である。

《解答群》

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
 (F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

(2) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ のとき、

$$\left(1 + \frac{1}{\tan \theta} + \frac{1}{\sin \theta}\right) \left(1 + \tan \theta - \frac{1}{\cos \theta}\right) = \text{ア}$$

《解答群》

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
 (F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

(3) 数字1が書いてあるカードが3枚、数字2が書いてあるカードが5枚、数字3が書いてあるカードが4枚ある。カードの数字が見えないようにして、この12枚のカードをよく切り、この中から3枚を取り出すものとする。12枚をすべて区別するとして、12枚のカードから3枚を取り出す組合せは 通りある。また、数字1が書いてあるカード2枚と数字3が書いてあるカード

1枚を取り出す確率は $\frac{\text{エ}}{\text{オカ}}$ である。

《解答群》

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
 (F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

- (4) 関数 $y = 3x^3 - 6x^2 + 3x + 1$ について、区間 $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{7}{6}$ における

最大値は $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ ，最小値は $-\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

《解答群》

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
 (F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

- (5) $\angle AOB$ が直角であるような直角二等辺三角形 OAB に対して、

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OP} = m\vec{a} + n\vec{b}$$

とおく。ただし、 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ とする。

実数 m, n が

$$|m| + |n| \leq 1$$

を満たすとき、点 P が動く部分の面積は $\boxed{\text{ア}}$ である。

《解答群》

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (E) 1
 (F) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (G) $\sqrt{2}$ (H) $\frac{3}{2}$ (I) $\sqrt{3}$ (J) 2

〔Ⅱ〕 次の各問の にあてはまる数を下記の解答群から選び、解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。また、分数はすべて既約数で表せ。

自然数の列を下記のように、第 n 群が $2n - 1$ 個の数からなるように分けるとき、次の問に答えよ。

1 | 2, 3, 4 | 5, 6, 7, 8, 9 | 10, 11, ...

(1) 第 n 群の 1 番目の数からなる数列を $\{a_n\}$ とおくと、

$$a_n = \boxed{\text{ア}} n^2 - \boxed{\text{イ}} n + \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2) 自然数 211 は、第 群の 番目の数である。

(3) 第 n 群の n 番目の数からなる数列を $\{b_n\}$ とおくと、

$$b_n = \boxed{\text{ク}} n^2 - \boxed{\text{ケ}} n + \boxed{\text{コ}}$$

である。

(4) 数列 $\{b_n\}$ の第 n 項までの和を S_n とおくと、

$$S_n = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} n^3 + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} n$$

である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓙ 9 |

〔Ⅲ〕 $a > 0$, $b > 0$ とするとき, 2つの放物線

$$C_0: y = ax^2, \quad C_1: y = ax^2 + b$$

について, 以下の各問に答えよ。

(1) $\int_a^\beta (x-a)(x-\beta)dx = -\frac{1}{6}(\beta-a)^3$

を証明せよ。

(2) C_1 上の点 P における接線 l の方程式を求めよ。ただし, P の x 座標を s とする。

(3) l と C_0 で囲まれた図形の面積 S は, P の位置にかかわらず一定であることを証明せよ。

(4) $a = t^3$, $b = t^2 + 3t + 2$ のとき, 面積 S の最小値を求めよ。ただし, $t > 0$ とする。