

数 学 問 題

最初に、これを読むこと。

1. この問題冊子は、6 ページまでである。そのうち問題は1 ページから2 ページまでである。
2. この試験時間は、60 分である。
3. 解答用紙には、あなたの受験番号が印刷されている。受験番号が正しいかどうか、受験票と照合し、確認すること。
4. 解答用紙の所定の欄に氏名を記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークするか、または所定の欄に記述すること。解答欄は裏面にもある。
6. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。また所定の欄以外のところには、絶対に記入しないこと。
7. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
8. 訂正する場合は、訂正箇所を消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
10. 解答用紙は持ち帰らないこと。
11. この問題冊子は必ず持ち帰ること。
12. 解答をマークするときには、下記の記入例を参照すること。

(マーク記入例)

良い例	悪い例
	

問Ⅰ 下記の空欄に当てはまる適当な数字を所定の解答欄にマークしなさい。

$$(1) \ x \text{ の関数 } : f(x) = \sum_{i=1}^{20} (x+i)(x+i+1) \\ = (x+1)(x+2) + (x+2)(x+3) + \cdots + (x+20)(x+21)$$

を整理すると,

$$f(x) = 20x^2 + \boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}} \boxed{\text{ウ}} x + \boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}} \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}}$$

となる。

$$(2) \ \log_2 x < 5 \text{ を満たす整数 } x \text{ は } \boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}} \text{ 個ある。}$$

また, $\log_2 y < z < 10$ を満たす整数 (y, z) の組は,

全部で $\boxed{\text{コ}} \boxed{\text{サ}} \boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}$ 組ある。

(3) 一方が先に4勝したとき優勝者が決まるというルールで, AとBが試合を行った。引き分けはなく, 各試合に勝つ確率はA, Bとも0.5とする。

7戦目に優勝者が決まる勝敗パターンは $\boxed{\text{セ}} \boxed{\text{ソ}}$ 通りであり,

その確率は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}} \boxed{\text{ツ}}}$ である。

問Ⅱ 円: $x^2 + y^2 = 1$ 上の点Pを接点とする接線と円: $x^2 + y^2 = 9$ 上の点Qを接点とする接線が交わるとき, その交点をRとする。また, 原点をOとする。

下記の空欄に当てはまる適当な数字を所定の解答欄にマークしなさい。

ただし分数はすべて既約分数の形にしなさい。

(1) 三角形OPQの面積が最大となるとき,

点Rは円: $x^2 + y^2 = \boxed{\text{テ}} \boxed{\text{ト}}$ 上にある。

(2) 点Rが円: $x^2 + y^2 = 25$ 上の点となるとき,

$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OR} = \boxed{\text{ナ}}$, $\overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{PR} = \boxed{\text{ニ}} \boxed{\text{ヌ}}$ である。

(3) $\angle QOR = 60^\circ$ であるとき, 点Rは円: $x^2 + y^2 = \boxed{\text{ネ}} \boxed{\text{ノ}}$ 上にあり,

$\cos \angle POR = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ であり,

$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = \frac{\boxed{\text{フ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ヘ}} \boxed{\text{ホ}} \boxed{\text{マ}}}}{\boxed{\text{ミ}}}$ である。

問Ⅲ 平面上の曲線 $C: y = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$ がある。以下の問に答なさい。

解答は解答欄に記入し、設問(2)と(3)は所定の欄に途中の計算式も書きなさい。

- (1) 曲線 C 上の点 $(0, -6)$ を接点とする曲線 C の接線の方程式を求めなさい。
- (2) 曲線 C と点 $(0, -6)$ で交わり、点 $(0, -6)$ と異なる点を接点とする曲線 C の接線の方程式を求めなさい。
- (3) 直線 $x = 0$ 上の点 $(0, a)$ がある。この点を通る曲線 C の接線が3本となる a の範囲を示しなさい。

(このページは計算用紙として使用してもよい。)

(このページは計算用紙として使用してもよい。)

(このページは計算用紙として使用してもよい。)

(このページは計算用紙として使用してもよい。)