

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

1. この問題冊子は9ページまでである。
2. これは、数学の問題である。解答用紙とともに出願時に選択した科目のものであるかどうか確認の上、解答すること。
3. 問題は、3ページから4ページに書かれている。それ以外のページは、計算用紙として使用してよい。
4. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
5. 解答用紙には受験番号が印刷されているので、受験票と照合して受験番号が正しいかどうか確認すること。
6. 解答はすべて解答用紙の解答欄に記入またはマークすること。解答欄以外のところには何も記入しないこと。
7. 解答は、必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
8. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. **解答用紙は持ちかえないこと。**
11. この問題用紙は必ず持ちかえること。
12. この試験時間は60分である。
13. 解答をマークする場合の注意。

(マーク記入例)

良い例	悪い例
	

(このページは計算用紙として使用してもよい)

(このページは計算用紙として使用してもよい)

〔Ⅰ〕 次の各問の に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. 3 以下の実数 x について、 $2^{3x+1} - 15 \cdot 2^{2x} + 3 \cdot 2^{x+3}$ の値が最大となるのは $x =$ (1) のときであり、最小となるのは $x =$ (2) のときである。

2. $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ のとき、

$$\frac{3 - (5 + \sqrt{3})\cos^2 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} = -\sqrt{3} \cos \theta$$

ならば、 $\tan \theta =$ (3) であり、 $\theta =$ (4) $^\circ$ となる。

3. $0 < a < 1$ かつ $b \neq 1$ となる実数 a, b について、

$$f(x) = x(x - a) - b(x - 1)^2$$

とし、 $f(x) = 0$ は、2 つの解 α, β ($\alpha \leq \beta$) を持つと仮定する。

このとき、 $f(a)$ の符号と放物線 $y = f(x)$ のグラフを考えれば、 $\alpha < a < \beta$ となるための必要十分条件は

$$\text{ (5) } < b < \text{ (6)}$$

である。

A. 0	B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$	C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$	D. $\frac{1}{3}$
E. $\frac{1}{2}$	F. 1	G. $\frac{\sqrt{3}}{2}$	H. 2
I. -2	J. 3	K. -3	L. 4
M. 6	N. 8	O. 12	P. 15
Q. 18	R. 30	S. 40	T. 45
U. 50	V. 60	W. 90	X. 120
Y. 135	Z. 180		

〔Ⅱ〕 自然数 n について、

$$f(n) = \begin{cases} \log_3 n & (n \text{ が奇数}) \\ \log_2 n & (n \text{ が偶数}) \end{cases}$$

と定める。このとき、次の問に答えよ。

- サイコロを 1 回ふって、出た目 n に対する $f(n)$ の値が、2 となる確率をもとめよ。
- サイコロを 1 回ふって、出た目 n に対する $f(n)$ の値の期待値をもとめよ。
- サイコロを 2 回ふって、出た 2 つの目 m, n の積に対する $f(m \cdot n)$ の値が $2 + \log_2 3$ となる確率をもとめよ。
- サイコロを 2 回ふって、出た 2 つの目 m, n の積に対する $f(m \cdot n)$ の値が整数となる確率をもとめよ。

〔Ⅲ〕 2 つの集合 X, Y について、 X が Y の真部分集合のとき、 $X \subsetneq Y$ と表わす。

また、 X が Y に含まれないとき、 $X \not\subset Y$ と表わす。

このとき、以下の問に答えよ。

- $S = \{1, 2, 3\}$ とするとき、 S の部分集合を考える。
 - 次の各問のア、イ、ウ、エ、オ、カにそれぞれあてはまる 0 ～ 9 までの数値を解答欄にマークせよ。

0 個の要素をもつ S の部分集合の個数は、	<table border="1"><tr><td>ア</td></tr></table>	ア	個である。
ア			
1 個の要素をもつ S の部分集合の個数は、	<table border="1"><tr><td>イ</td></tr></table>	イ	個である。
イ			
2 個の要素をもつ S の部分集合の個数は、	<table border="1"><tr><td>ウ</td></tr></table>	ウ	個である。
ウ			
3 個の要素をもつ S の部分集合の個数は、	<table border="1"><tr><td>エ</td></tr></table>	エ	個である。
エ			
$A \subsetneq B$ となる S の部分集合 A, B の組合せは、	<table border="1"><tr><td>オカ</td></tr></table>	オカ	通りある。
オカ			
 - $A \not\subset B$ かつ $A \not\supset B$ となる、 S の部分集合 A, B の組合せが、何通りあるかもとめよ。
- 自然数 n について、 $S_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ とする。 $A \subsetneq B$ となる S_n の部分集合 A, B の組合せの総数を a_n とするとき、 a_5 をもとめよ。
($n = 1, 2, 3, \dots$ について、 S_n の部分集合の個数が、 2^n であることを、証明しないで、もちいてもよい。)

(このページは計算用紙として使用してもよい)

(このページは計算用紙として使用してもよい)

(このページは計算用紙として使用してもよい)

(このページは計算用紙として使用してもよい)

(このページは計算用紙として使用してもよい)