

I

(1)	ア	5
	イ	4
(2)	ウ	5
	エ	1
	オ	5
	カ	1
(3)	キ	1
	ク	0
	ケ	1
	コ	3

II

(1)	サ	1
	シ	2
	ス	0
(2)	セ	1
	ソ	7
	タ	2
	チ	4
(3)	ツ	7
	テ	2
	ト	0

III

(1)	ナ	3
	ニ	3
	ヌ	9
(2)	ネ	4
	ノ	3
	ハ	2
	ヒ	4
	フ	4
	ヘ	3
	ホ	9
(3)	マ	2
	ミ	4
	ム	3

IV

(1)	メ	2
	モ	2

- (2) $t=0$ のときは、(1)より点 $(t,0)$ を通る曲線Cの法線は3本なので、以下 $t \neq 0$ のときのみについて考える。

曲線Cの方程式について、 $y = x^2 - 1$ より $y' = 2x$

したがって、曲線C上の点 $(s, s^2 - 1)$ における法線の方程式は

$$x = 0 \quad (s = 0 \text{ のとき}) \quad \cdots \cdots \text{①}$$

$$y = -\frac{1}{2s}(x-s) + s^2 - 1 \quad (s \neq 0 \text{ のとき}) \quad \cdots \cdots \text{②}$$

この法線が点 $(t,0)$ ($t \neq 0$)を通るとすると、②より

$$0 = -\frac{1}{2s}(t-s) + s^2 - 1$$

両辺に $2s$ をかけた上で上式を整理すると

$$t = 2s^3 - s \quad \cdots \cdots \text{③}$$

ここで、 $f(s) = 2s^3 - s$ とおくと、③を満たす (s, t) は $y = f(s) \cdots \text{④}$ と、 $y = t \cdots \text{⑤}$ の共有点の座標に等しい。点 $(t,0)$ を通る曲線Cの法線が2本となるのは、④と⑤がちょうど2つの異なる共有点を持つときである。

$$f'(s) = 6s^2 - 1 = 6\left(s^2 - \frac{1}{6}\right) = 6\left(s + \frac{1}{\sqrt{6}}\right)\left(s - \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^3 - \frac{1}{\sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{6}}{9}$$

$$f\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^3 + \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{9}$$

より、 $y = f(s)$ の増減表は右のようになる。

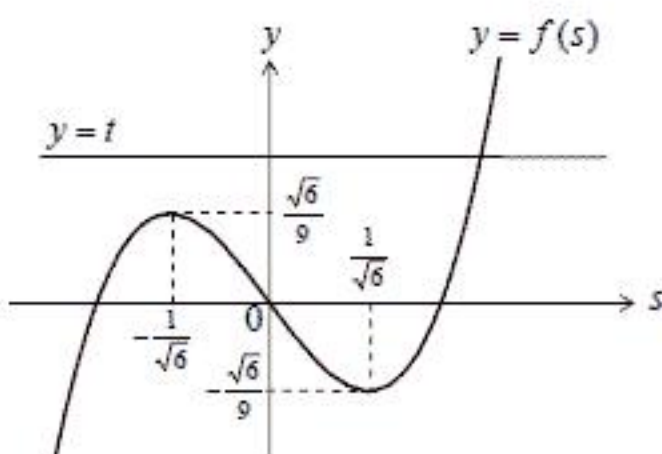
④と⑤がちょうど2つの異なる共有点を持つときの値を求めることで、

$$t = \pm \frac{\sqrt{6}}{9}$$

これは $t \neq 0, s \neq 0$ を満たす。

ゆえに求めるべき t の値は $t = \pm \frac{\sqrt{6}}{9} \cdots (\text{答})$

s	$\cdots$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\cdots$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\cdots$
$f'(s)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(s)$	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{6}}{9}$	$\searrow$	$-\frac{\sqrt{6}}{9}$	$\nearrow$



- (3) $(x-14)^2 + y^2 = r^2$ で表わされる円と、曲線Cが接するとき、接点における法線が円の中心 $(14,0)$ を通っている。

(2)の③において $t=14$ とした場合に等しい。

$$14 = 2s^3 - s$$

$$2s^3 - s - 14 = 0$$

$$(s-2)(2s^2 + 4s + 7) = 0$$

s は実数より $s=2$ のみ。

$s=2$ のとき $s^2 - 1 = 4 - 1 = 3$ なので、接点の座標は $(2,3)$ である。

したがって、半径 r の値は接点と円の中心 $(14,0)$ との距離なので三平方の定理から

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(14-2)^2 + (3-0)^2} \\ &= \sqrt{144+9} \\ &= 3\sqrt{17} \cdots (\text{答}) \end{aligned}$$