

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

(注意事項)

1. この問題用紙は4ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. これは、数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ、解答すること。
3. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
4. 解答用紙には受験番号が印刷されているので、受験番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
5. 解答はすべて「解答用紙」の解答欄に記入またはマークすること。解答欄以外のところには何も記入しないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
7. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 文字は一点一画まで正確に書くこと。
10. 解答用紙は持ちかえらないこと。
11. この問題用紙は必ず持ちかえること。
12. この試験時間は 60 分である。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
	

- 〔Ⅰ〕 次の各問の にあてはまる数を各解答群から選び、解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。また、分数はすべて既約分数で表わし、根号の中の平方数は、根号の外に出して、簡略化せよ。

- (1) 方程式 $x^2 + x + 1 = 0$ の解の1つを ω とする。このとき、

$$1 + 2\omega + 3\omega^2 + 4\omega^3 + 5\omega^4 + 6\omega^5 + 7\omega^6 + 8\omega^7 + 9\omega^8 + 10\omega^9 \\ = \text{ア} - \text{イ} \omega$$

である。

《解答群》

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ⓔ 4
Ⓕ 5 Ⓖ 6 Ⓗ 7 Ⓘ 8 ⓵ 9

- (2) xy 平面上において、 $y = |x - 1|$ と $y = x^2 - x - 2$ のグラフの共有点の座標は、

$$(1 + \sqrt{\text{ア}}, \sqrt{\text{イ}}) \text{ と } \\ (-\sqrt{\text{ウ}}, 1 + \sqrt{\text{エ}})$$

である。

《解答群》

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ⓔ 4
Ⓕ 5 Ⓖ 6 Ⓗ 7 Ⓘ 8 ⓵ 9

- (3) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき、 $\tan \theta - \frac{1}{\tan \theta}$ は $-\frac{\text{ア} \sqrt{\text{イ}}}{\text{ウ}}$

である。ただし、 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。

《解答群》

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ⓔ 4
Ⓕ 5 Ⓖ 6 Ⓗ 7 Ⓘ 8 ⓵ 9

- (4) $\vec{a} = (3, 4)$, $\vec{b} = (-1, 2)$ とする。 t がすべての実数の値をとるとき、
 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ の最小値は ア $\sqrt{\text{イ}}$ である。

《解答群》

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
 (F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

- (5) ある実験は、成功する確率が常に 0.6 で、失敗する確率が常に 0.4 である。
 この実験を独立に 4 回繰り返して行うとき、少なくとも 1 回実験が成功する確率は、0. アイウエ である。4 回目の実験が、成功する実験のちょうど 3 回目となる確率は、0. オカキク である。

《解答群》

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
 (F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

- (6) 1 辺の長さが 9 cm の正三角形 ABC がある。辺 AB の上に $AD = 4$ cm となるように点 D を、辺 AC の上に $AE = 6$ cm となるように点 E をとる。このとき、BE と CD の交点を F とし、また AF の延長線と辺 BC の交点を G とする。

CG の長さは $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$ cm である。

《解答群》

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
 (F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

〔Ⅱ〕 次の各問の に当てはまる数または文字式を各解答群から選び、解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。また、分数はすべて既約分数で表わし、簡略化せよ。

xy 平面上の 1 点 P から、放物線 $y = ax^2 (a > 0)$ への接線を 2 本引くことができる。それぞれの接点を Q, R とする。このとき、 Q, R の x 座標をそれぞれ $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ とする。

- (1) 2 つの接点 Q と R を結ぶ線分と、この放物線とで囲まれた図形の面積 S_1 を求めると、

$$S_1 = \frac{a \begin{array}{|c|} \hline \text{ア} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{イ} \\ \hline \end{array}} \text{である。}$$

- (2) $\triangle PQR$ の面積を S_2 とする。

① P の座標は、 $\left(\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ウ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{エ} \\ \hline \end{array}}, a \begin{array}{|c|} \hline \text{オ} \\ \hline \end{array} \right)$ である。

- ② QR の中点を M とすると、

$$PM = \frac{a \begin{array}{|c|} \hline \text{カ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{キ} \\ \hline \end{array}} \text{である。}$$

③ $S_2 = \frac{a \begin{array}{|c|} \hline \text{ク} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ケ} \\ \hline \end{array}} \text{である。}$

《ア, ウ, オ, カ, クの解答群》

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Ⓐ $\alpha\beta$ | Ⓑ $(\alpha + \beta)$ | Ⓒ $(\alpha + \beta)^2$ |
| Ⓓ $(\alpha + \beta)^3$ | Ⓔ $(\beta - \alpha)$ | Ⓕ $(\beta - \alpha)^2$ |
| Ⓖ $(\beta - \alpha)^3$ | Ⓗ $(\alpha^2 + \beta^2)$ | Ⓖ $(\alpha^3 + \beta^3)$ |
| Ⓙ $(\beta^2 - \alpha^2)$ | | |

《イ, エ, キ, ケの解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓖ 8 | Ⓙ 9 |

〔Ⅲ〕 数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ が, 関係式

$$\sum_{k=1}^n a_k = 1 - \frac{1}{n} a_n$$

を満たすとき, 次の各問に答えよ。

(1) a_1, a_2, a_3 を求めよ。

(2) $a_n = \frac{n}{n^2 - 1} a_{n-1} \quad (n \geq 2)$

を満たすことを証明せよ。

(3) 一般項 a_n を求めよ。