

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題冊子は4ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。
所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰ること。
10. 試験時間は60分である。
11. マーク記入例

良い例	悪い例
	

問Ⅰ a, b, c は、いずれも正の整数である。ただし、 $m \neq n$ のとき、 $a = m$, $b = n$ と $a = n$, $b = m$ は、異なる組とする。

下記の空欄に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

(1) $ab = 7200$ を満たす a, b の組は、

ア	イ
---	---

 組ある。

(2) $\log_2 ab + \log_2 c = 100$ を満たす a, b, c の組は、

ウ	エ	オ	カ
---	---	---	---

 組ある。

(3) $2^a(b+c) = 2^{10}$ を満たす a, b, c の組は、

キ	ク	ケ	コ
---	---	---	---

 組ある。

問Ⅱ 1 から 10 までの整数が記されたカードが各 1 枚ずつ、全部で 10 枚ある。

この中から 3 枚のカードを同時に抜き出すとする。

下記の空欄に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

ただし、分数はすべて既約分数の形にしなさい。

(1) 3 枚のカードの組合せは、全部で

サ	シ	ス
---	---	---

 通りある。

(2) 3 枚のカードの数字の積が 3 の倍数となる確率は、

セ	ソ
---	---

タ	チ
---	---

 である。

(3) 3 枚のカードの数字の和が 3 の倍数となる確率は、

ツ

テ	ト
---	---

 である。

問Ⅲ 同一平面上に、点 P を中心とする半径が 8 の円と、点 Q を中心とする半径が 5 の円がある。

この 2 つの円は、異なる 2 点 R, S で交わっている。また、点 P と点 Q の距離は $3\sqrt{13}$ である。

下記の空欄に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

ただし、分数はすべて既約分数の形にしなさい。

(1) 三角形 PQR の面積は、

ナ

 $\sqrt{\text{ニ} \text{ ヌ}}$ である。

(2) 線分 RS の長さは、

ネ

 $\sqrt{\text{ノ}}$ であり、

ベクトル $\overrightarrow{RP}$ とベクトル $\overrightarrow{RS}$ の内積 $\overrightarrow{RP} \cdot \overrightarrow{RS}$ は、

ハ	ヒ
---	---

 である。

また、三角形 PRS の面積は、

フ

 $\sqrt{\text{ヘ} \text{ ホ}}$ である。

(3) $\overrightarrow{RS} = \frac{\text{マ} \overrightarrow{RP} + \text{ミ} \overrightarrow{RQ}}{\text{ム}}$ である。

問Ⅳ 曲線上の1点Pにおいて接線 ℓ が引けるとき、Pを通り ℓ に垂直な直線をPにおけるこの曲線の法線という。

いま、平面上に $y = x^2 - 1$ で表される曲線Cがある。

以下の問に答えなさい。

なお、設問(1)は空欄に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

また、設問(2)、(3)は所定の欄に解答と途中の計算式を書きなさい。

ただし、分数はすべて既約分数の形にしなさい。また、根号の中の自然数が最小となる形で答えなさい。

(1) 曲線Cの法線のうちで、原点(0, 0)を通る法線の方程式は、 $x = 0$ と

$$y = \pm \frac{\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{モ}}}x \text{ である。}$$

(2) x 軸上の点(t, 0)がある。この点を通る曲線Cの法線が2本となるtの値を求めなさい。

(3) $(x - 14)^2 + y^2 = r^2$ で表される円と曲線Cが接するとき、この円の半径rを求めなさい。