

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

1. この問題用紙は 7 ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 問題は、1 ページから 3 ページに書かれている。それ以外のページは、計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の解答欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
6. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
7. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入のこと。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず、必ず提出しなさい。ただし、この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。
11. 試験時間は 60 分である。
12. マーク記入例

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 次の各問の に入る数字を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. $\sum_{i=1}^5 (-1)^{5-i} \int_0^i 2x dx = \text{ (1) }$ だから,

$$\sum_{i=1}^3 \int_{2i-1}^{2i} 2x dx = \text{ (2) }$$

である。

2. 曲線 $y = x^3 + ax^2 + bx$ が, $(x, y) = \left(-\frac{1}{3}, -\frac{8}{27}\right)$ において,
 $y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{27}$ を接線にもつとき,

$$a = \text{ (3) }, b = \text{ (4) }$$

である。

3. 正の数 x, y について, $x - 2y = 2$, $\log_3 x + \log_3 6y = 2$ を満たすとき,

$$x = \text{ (5) }, y = \text{ (6) }$$

である。

A. 0

B. 1

C. -1

D. 2

E. -2

F. 3

G. -3

H. 4

I. -4

J. 5

K. -5

L. 6

M. -6

N. 9

O. 11

P. 13

Q. 15

R. 17

S. 19

T. 21

U. $\frac{1}{2}$

V. $\frac{1}{3}$

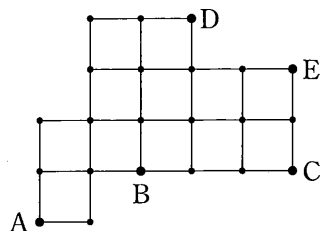
W. $-\frac{2}{3}$

X. $-\frac{1}{3}$

Y. $\frac{4}{9}$

Z. $\frac{2}{27}$

- 〔Ⅱ〕 下図のような、1辺の長さが1の正方形からなる図形を考える。各正方形の頂点を単に点と呼ぶことにし、この図形上のある点から別の点に至る、辺をたどった経路を考える。このとき、たどった辺の長さの合計をその経路の長さとし、ある点から別の点に至る経路で、長さがもっとも短い経路を最短経路と呼ぶ。このとき次の間に答えよ。



- 次のア～ケに当てはまる0～9の数字を解答欄にマークせよ。
 - 点Aから点Bへの最短経路の総数は、 通りである。
 - 点Aから点Cへの最短経路の総数は、 通りである。
 - 点Aから点Bを経由して点Dへ至る最短経路の総数は、 通りである。
 - 点Aから点Dへの最短経路の総数は、 通りである。
 - 点Aから点Bを経由して点Eへ至る最短経路の総数は、 通りである。
 - 点Aから点Eへの最短経路の総数は、 通りである。
- 点Aから点Eへの最短経路上にある点Zをとる。このとき、この経路でたどるAからZへの経路が最短であることを背理法により証明せよ。

〔Ⅲ〕 $f_1(x) = |x^2 - 1|$ とし、自然数 $n \geq 2$ について、 $f_n(x) = |f_{n-1}(x) - 2n + 1|$ とする。このとき、次の問に答えよ。

1. 次のア～オに当てはまる 0～9 の数字を解答欄にマークせよ。

(1) $f_3(0) =$ ア, $f_3(1) =$ イ, $f_3(2) =$ ウ,
 $f_3(3) =$ エ

(2) 0 以上 5 以下の整数 i について、 $f_5(i) =$ オ $+ (-1)^i i$ となる。

2. $f_n(0)$ を求めよ。

3. $n \geq 1$ について、 $x \geq n - 1$ の範囲で、 $f_n(x) = |x^2 - n^2|$ となることを示せ。

4. n が偶数のとき、 $x \geq 0$ の範囲で、 $y = f_n(x)$ のグラフと x 軸、 y 軸で囲まれた領域の面積を求めよ。