

国 語、数学Ⅲ・数学C 問題

はじめに、これを読みなさい。

1. 解答用紙には、あなたの受験番号が印刷されています。受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認し、氏名を記入しなさい。
2. 「国語」の問題は裏面から始まります。
3. この問題は、「数学Ⅲ・数学C」については表面から8ページ、「国語」については裏面から18ページあります(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してかまいません)。必要な科目を選択して解答しなさい。
4. 解答用紙の「解答科目マーク欄」にマークし、「解答科目名記入欄」に解答する科目名を記入しなさい。マークされていない場合、又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。
5. 解答は、すべて解答用紙の解答欄にマークしなさい。
6. 1つの解答欄に2つ以上マークしてはいけません。
7. 解答は、必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 解答用紙は持ち帰らないで、必ず提出しなさい。
11. この問題用紙は必ず持ち帰りなさい。
12. この試験時間は60分です。
13. (数学Ⅲ・数学C) 分数形で解答する場合は、既約分数で答えなさい。
14. (数学Ⅲ・数学C) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

15. マークの記入例

良い例	悪い例
	

数学Ⅲ・数学C 問題

- 〔Ⅰ〕 空欄 オ に当てはまるものを解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。それ以外の空欄には、当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

e を自然対数の底とすると、

$$\int (t-2)e^{-t} dt = (\text{ア} - t)e^{-t} + C$$

となる。ただし、 C は積分定数である。

また、実数全体で定義された関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \int_x^{x+1} (t-2)e^{-t} dt$$

とすると、

$$f'(x) = e^{-x-1} \left\{ (\text{イ} - e)x + \text{ウ} e - \text{エ} \right\}$$

である。したがって、 $x = \frac{\text{ウ} e - \text{エ}}{e - \text{イ}}$ で オ 。

オの解答群

- ① $f(x)$ は最小値をとる
- ② $f(x)$ は極小値をとるが最小値ではない
- ③ $f(x)$ は最大値をとる
- ④ $f(x)$ は極大値をとるが最大値ではない
- ⑤ $f'(x) = 0$ であるが、極大値も極小値もとらない

(このページは計算用紙として使用しないで。)

〔Ⅱ〕 次の空欄 ア から サ に当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

n を自然数として,

$$a_n = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \cdots + (2n)^2$$

$$b_n = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2$$

と定める。このとき,

$$a_n = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} (\text{ウ} n^3 + \text{エ} n^2 + n)$$

$$b_n = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} (\text{キ} n^3 - n)$$

である。よって,

$$\frac{\sqrt{a_n} - \sqrt{b_n}}{\sqrt{n}} = \frac{\text{ク} n^{\text{ケ}} + n}{\sqrt{n} (\sqrt{a_n} + \sqrt{b_n})}$$

であることを使えば,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{a_n} - \sqrt{b_n}}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}$$

であることがわかる。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

〔Ⅲ〕 空欄 ア , イ , ウ に当てはまるものを解答群の中から
 選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。なお、一つの解答群から同じも
 のを二回以上選んでもよい。それ以外の空欄には、当てはまる 0 から 9 までの数
 字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ とおく。コインを続けて投}$$

げ、 n 回目に表が出たら

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix},$$

n 回目に裏が出たら

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix}$$

と、順々に $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を定める。

$x_n > y_n$ となる確率を p_n とし、 $x_n = y_n$ となる確率を q_n とする。このとき、
 $x_n < y_n$ となる確率は、 $1 - p_n - q_n$ である。

- (1) $x_{n-1} > y_{n-1}$ の場合、 n 回目に ア 。
 $x_{n-1} = y_{n-1}$ の場合、 n 回目に イ 。
 $x_{n-1} < y_{n-1}$ の場合、 n 回目に ウ 。

(2) $q_n = \frac{\text{エ}}{\text{オ}}^n$ である。

(3) 数列 $\{p_n\}$ に関する漸化式

$$p_n = -\frac{\text{カ}}{\text{キ}} p_{n-1} + \text{ク} - \frac{1}{\text{キ}}^n \quad (n = 2, 3, \dots)$$

を変形して,

$$p_n - \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} + \frac{1}{\boxed{\text{キ}}^{n+1}}$$

$$= -\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \left(p_{n-1} - \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} + \frac{1}{\boxed{\text{キ}}^n} \right)$$

を得る。

(4) 数列 $\{p_n\}$ の一般項は,

$$p_n = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} - \frac{\boxed{\text{サ}} + (-1)^n}{\boxed{\text{シ}} \times \boxed{\text{ス}}^{n+1}}$$

となり,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

ア、イ、ウの解答群

- ① 表が出たときのみ $x_n > y_n$ となる
- ① 裏が出たときのみ $x_n > y_n$ となる
- ② 表が出ても裏が出ても必ず $x_n > y_n$ となる
- ③ 表が出ても裏が出ても, $x_n > y_n$ とはならない

〔Ⅳ〕 空欄 ス , セ に当てはまるものを解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。それ以外の空欄には、当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

座標平面上の楕円 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ と、この楕円上の点

$$A(-1, -a), B(1, -a), C(b, \sin \theta), D(-b, \sin \theta)$$

を考える。ただし、 $a > 0$, $b \geq 0$, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ であると仮定する。

このとき、

$$a = \frac{\sqrt{\text{ア}}}{\text{イ}}, b = \text{ウ} \cos \theta$$

である。台形 ABCD (ただし、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ のときは、三角形 ABC) の面積は、

$$\frac{\sqrt{\text{ア}}}{\text{イ}} + \sin 2\theta + \text{エ} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{\text{オ}} \right)$$

であり、これを $f(\theta)$ とおくと、

$$f'(\theta) = 2 \cos 2\theta + \text{エ} \cos \left(\theta + \frac{\pi}{\text{オ}} \right)$$

である。ここで、三角関数の和を積に直す公式を用いると、

$$f'(\theta) = \text{カ} \cos \left(\frac{\text{キ}}{\text{ク}} \theta + \frac{\pi}{\text{ケ}} \right) \times \cos \left(\frac{\text{コ}}{\text{サ}} \theta - \frac{\pi}{\text{シ}} \right)$$

となる。 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で考えると、 $f(\theta)$ は $\theta = \text{ス}$ のときに最大

値をとり、 $\theta = \text{セ}$ のときに最小値をとる。

ス、セの解答群

- | | | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| ④ 0 | ① $\frac{\pi}{9}$ | ② $\frac{\pi}{6}$ | ③ $\frac{\pi}{5}$ | ④ $\frac{2\pi}{9}$ |
| ⑤ $\frac{\pi}{4}$ | ⑥ $\frac{\pi}{3}$ | ⑦ $\frac{2\pi}{5}$ | ⑧ $\frac{4\pi}{9}$ | ⑨ $\frac{\pi}{2}$ |