

## 数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

- 1 この問題冊子は3ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
- 2 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
- 3 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
- 4 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。  
所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
- 5 問題に指定された数より多くマークしないこと。
- 6 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
- 7 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
- 8 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
- 9 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰ること。
- 10 試験時間は60分である。
- 11 マーク記入例

| 良い例                                                                                 | 悪い例                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |

- 12 問題文中に ア , イウ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、ア , イウ のように細字で表記してある。

問Ⅰ 下記の空欄に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし分数はすべて既約分数の形にしなさい。

- (1)  $a_1, a_2$  は、それぞれ、1, 2, 3 のいずれかの値をとり、 $a_3, a_4$  は、それぞれ、5, 6, 7 のいずれかの値をとる。ただし、 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 16$ 、 $a_k \leq a_{k+1} (k = 1, 2, 3)$  を満たすようにとることにする。このとき  $a_1, a_2, a_3, a_4$  の組は、全部で ア 組あり、 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2$  の最大値と最小値の差は イウ である。

- (2) 赤球 4 個、白球 6 個が箱に入っている。この中から 4 個の球を同時に取り出す。このとき、赤球、白球が共に 2 個ずつである確率は  $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$  である。ま

た、4 個の球のうち、赤球が 3 個以上である確率は  $\frac{\text{カ}}{\text{キク}}$  である。

- (3)  $f(x) = 2x^3 + ax^2 - b$  は  $x - 1$  でも  $x + 3$  でも割り切れるとする。

このとき、 $a = \text{ケ}$  であり、 $b = \text{コ}$  である。 $f(x) = 0$  の解は

$x = 1, -3, -\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$  となる。

問Ⅱ 自然数からなる数列  $\{a_n\}$  が次の関係を満たすとする。

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} - 4a_n - 9 = 0 \quad (n \geq 1) \end{cases}$$

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする。

下記の空欄に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし分数はすべて既約分数の形にしなさい。

(1)  $a_{n+1} + \boxed{\text{ス}} = 4(a_n + \boxed{\text{ス}})$  と変形できるので、一般項は

$$a_n = \boxed{\text{セ}} \cdot \boxed{\text{ソ}}^{n-1} - \boxed{\text{タ}}$$

となる。

(2)  $a_{51}$  は  $\boxed{\text{チツ}}$  桁の整数になる。また、 $a_{51}$  の一の位の数 は  $\boxed{\text{テ}}$  である。

(3) この数列の最初の  $n$  項の和を  $S_n$  と表すとき、

$$S_n = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \cdot \boxed{\text{ニ}}^n - \boxed{\text{ヌ}}^n - \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

となる。 $S_n$  が 10 桁以下の自然数となる最大の  $n$  は  $\boxed{\text{ハヒ}}$  である。

問Ⅲ 平面上に、2次曲線  $C: y = -4x^2 + 4$  がある。この曲線  $C$  と直線  $l: y = 2x + 2$  の2つの交点をそれぞれ  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  とし、曲線  $C$  上に点  $P(t, -4t^2 + 4)$  をとる。ただし、 $x_1 < t < x_2$  とする。

以下の問に答えなさい。なお、設問(1), (2)は空欄に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。また、設問(3)は所定の欄に解答と途中の計算式を書きなさい。ただし、分数はすべて既約分数の形にしなさい。

- (1) 三角形  $ABP$  の面積が最大になるのは、 $t = -\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$  のときであり、面積は  $\frac{\boxed{\text{ホマ}}}{\boxed{\text{ミム}}}$  となる。このとき、内積  $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$  の値は  $\frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$  である。また、 $\cos \angle APB = 2 \cdot \frac{\sqrt{\boxed{\text{ヤユ}}}}{\boxed{\text{ヤユ}}}$  となる。

- (2) 曲線  $C$  と直線  $l$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とおくとき、 $S = \frac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}$  である。

- (3) 三角形  $ABP$  の面積が  $S$  の半分になるときの点  $P$  を与える  $t$  の値を求めなさい。