

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

- 1 この問題用紙は4ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
- 2 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
- 3 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
- 4 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
- 5 分数形で解答する場合は、それ以上約分できない形で答えなさい。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
- 6 問題に指定された数より多くマークしないこと。
- 7 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
- 8 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
- 9 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
- 10 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出しなさい。ただし、この問題用紙は、必ず持ち帰ること。
- 11 試験時間は60分である。
- 12 マーク記入例

良い例	悪い例
	  

※ この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。

〔I〕 次の各問の に入る数字を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

- 1 サイコロを4回投げたときに、3または6の目が3回以上出る確率は、

$$\frac{\text{(1)}}{\text{(2)}}$$

である。

- 2 xy 平面において、 $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ 上で y 座標の値が極大値となる点と、極小値となる点を結んだ直線の傾きと、

$$x = \text{(3)} \pm \text{(4)}$$

に於ける $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ の微分係数は、同じ値となる。

- 3 $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ を同じ始点をもつ大きさが1の3つのベクトルとし、

$$3\vec{x} + 5\vec{y} + 7\vec{z} = \vec{0}$$

を満たすとする。このとき、 $\vec{x} \cdot \vec{y} = \text{(5)}$ なので、 $\vec{x}$ と $\vec{y}$ のなす角は、

$$\text{(6)}^\circ \text{ である。}$$

A. 0	B. 1	C. 2	D. 3	E. 4
F. 5	G. 6	H. 7	I. 8	J. 9
K. 10	L. 12	M. 24	N. 30	O. 36
P. 45	Q. 60	R. 90	S. 120	T. 180
U. $\frac{1}{2}$	V. $\frac{\sqrt{2}}{3}$	W. $\frac{\sqrt{3}}{2}$	X. $\frac{\sqrt{3}}{6}$	Y. $\frac{4}{3}$
Z. $\frac{2}{27}$				

〔Ⅱ〕 次のア～スに当てはまる 0～9 の数字を解答欄にマークせよ。また、セ～トに当てはまる記号を、下の記号選択欄の 0～9 から選んで、解答欄にマークせよ。

1. m を正の数とし、 $y = -x^2 + 4x - 3$ と x 軸で囲まれた図形を S とする。 S を直線 $y = mx$ で分割したとき、 $y = mx$ から上の部分の面積が、 S の面積の $\frac{1}{8}$ とする。このとき、 m を求めたい。

S の面積は、 $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ であるから、

$$-x^2 + 4x - 3 - mx = -(x-a)(x-b) \quad (a > b)$$

と置くと、 $(a-b)^2 = \text{ウ}$ となり、 $a-b = \text{エ}$ である。

一方で、 $a+b = \text{オ}$ 、 $ab = \text{カ}$ であるので、

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + \text{キ} \cdot ab$$

にそれぞれを当てはめれば、

$$m = \text{ク} + \sqrt{\text{ケコ}} \quad \text{または} \quad \text{ク} - \sqrt{\text{ケコ}}$$

となる。従って、

$$a = \frac{\text{サ}}{2} \pm \frac{\sqrt{\text{シス}}}{2}, \quad b = -\frac{\text{サ}}{2} \pm \frac{\sqrt{\text{シス}}}{2}$$

となるが、 $y = -x^2 + 4x - 3$ と $y = mx$ のグラフを考えれば、

$$a = \frac{\text{サ}}{2} \text{セ} \frac{\sqrt{\text{シス}}}{2},$$

$$b = -\frac{\text{サ}}{2} \text{セ} \frac{\sqrt{\text{シス}}}{2},$$

でなければならないから、 $m = \text{ク} \text{ソ} \sqrt{\text{ケコ}}$ である。

2 a, b, c を 1 より大きい実数とする。

(1) $b \leq c$ のとき, a^b a^c かつ $\log_a b$ $\log_a c$ である。

(2) $a < b$ かつ $a^c = bc$ のとき, $c - \log_a c$ 1 である。

(3) $a^b(1 - b \log_c a) = 0$ ならば b $\log_a c$ である。

(4) $a^{\log_a(b \log_a c)} \leq b \log_a(b \log_a c)$ ならば, b $c \log_c a$ である。

記号選択欄

0 =	1 <	2 >	3 ≤	4 ≥
5 +	6 −	7 ±	8 ×	9 /

〔Ⅲ〕 次の問に答えよ。

1. n を自然数とすると、 $n \leq x < n+1$ となる実数 x に対して、
 $x < 2^{n-1} + 1$ となることを示せ。
2. $y = 2^x + 2$ と $y = 2x$ は、共有点を持たないことを示せ。