

国 語、数学Ⅲ・数学C 問題

はじめに、これを読みなさい。

1. 解答用紙には、あなたの受験番号が印刷されています。受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認し、氏名を記入しなさい。
2. 「国語」の問題は裏面から始まります。
3. この問題は、「数学Ⅲ・数学C」については表面から8ページ、「国語」については裏面から17ページあります(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してかまいません)。必要な科目を選択して解答しなさい。
4. 解答用紙の「解答科目マーク欄」にマークし、「解答科目名記入欄」に解答する科目名を記入しなさい。マークされていない場合、又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。
5. 解答は、すべて解答用紙の解答欄にマークしなさい。
6. 1つの解答欄に2つ以上マークしてはいけません。
7. 解答は、必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 解答用紙は持ち帰らないで、必ず提出しなさい。
11. この問題用紙は必ず持ち帰りなさい。
12. この試験時間は60分です。
13. (数学Ⅲ・数学C) 分数形で解答する場合は、既約分数で答えなさい。
14. (数学Ⅲ・数学C) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
15. マークの記入例

良い例	悪い例
	

数学Ⅲ・数学C 問題

〔Ⅰ〕 次の空欄 ア から セ に当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

(1) 行列 A, E, O を $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ で定める。

このとき $A^2 - \text{ア} A + E = O$ が成り立つ。

整式 $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ を整式 $x^2 - \text{ア} x + 1$ で割ると、余りは イウ $x - \text{エオ}$ である。このとき、

$$A^5 + A^4 + A^3 + A^2 + A + E = 8 \begin{pmatrix} \text{カキ} & \text{クケ} \\ \text{コサ} & \text{シ} \end{pmatrix}$$

となる。

(2) a を実数とする。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 3x}{x^2} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$$

で定義される関数 $f(x)$ が $x = 0$ において連続であるとき、 $a = \frac{\text{ス}}{\text{セ}}$ である。

(このページは計算用紙として使用してよい。)

〔Ⅱ〕 次の空欄 から に当てはまるものを解答群の中から選び、
解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。なお、解答群から同じものを二回以上
選んでもよい。

A と B が、勝敗を争うあるゲームを続けて行なう。ただし、このゲームに引
き分けはないとする。

1 回目のゲームで A が勝つ確率は 0.3 である。

2 回目以降のゲームで A が勝つ確率は、次のようになるとする。

- 直前のゲームで A が勝った場合は 0.7
- 直前のゲームで B が勝った場合は 0.3

n 回目のゲームで A が勝つ確率を P_n とする。

$n \geq 2$ のとき $P_n = \text{ア} + \text{イ} P_{n-1}$ が成り立つので、

$$P_n = \text{ウ} \left(1 - \text{エ}^n \right)$$

となる。よって、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = \text{オ}$$

となる。

ア、イ、ウ、エ、オの解答群

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| ① 0 | ② 0.1 | ③ 0.2 | ④ 0.3 | ⑤ 0.4 |
| ⑥ 0.5 | ⑦ 0.6 | ⑧ 0.7 | ⑨ 0.8 | ⑩ 0.9 |

(このページは計算用紙として使用してよい。)

〔Ⅲ〕 空欄 から に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。なお , , , については解答群から同じものを二回以上選んでもよい。ただし、 $\log$ は自然対数であり、 e は自然対数の底である。

a は $0 \leq a \leq 1$ をみたす実数とする。このとき $f(a) = \int_0^1 e^x |x - a| dx$ とおく

$$f(a) = \text{ア} - \text{イ} a - 1$$

となる。よって $f(a)$ は $a = \text{ウ}$ のとき最小値

$$\text{エ} - \text{オ} \cdot \text{ウ}$$

をとる。

アの解答群

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------|------------|-------------|
| ④ $\frac{(e-1)}{2} a^2$ | ① $\frac{(e+1)}{2} a^2$ | ② e^{-a} | ③ $2e^{-a}$ |
| ④ ae^{-a} | ⑤ $2ae^{-a}$ | ⑥ e^a | ⑦ $2e^a$ |
| ⑧ ae^a | ⑨ $2ae^a$ | | |

イ, ウ, エ, オの解答群

- | | | | |
|------------------------------------|---------------|-----------------|---------------|
| ① 0 | ① 1 | ② $\frac{1}{e}$ | ③ $(e-1)$ |
| ④ $\frac{e+1}{2}$ | ⑤ e | ⑥ $(e+1)$ | ⑦ $\log(e-1)$ |
| ⑧ $\log\left(\frac{e+1}{2}\right)$ | ⑨ $\log(e+1)$ | | |

(このページは計算用紙として使用してよい。)

〔Ⅳ〕 空欄 ア から ケ に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。

a, b を正の定数とする。座標平面上の楕円 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ と E 上の定点 $A(x_0, y_0)$ があるとする。ただし $x_0 > 0$ かつ $y_0 > 0$ とする。

点 A における E の接線の方程式は

$$\text{ア} x + \text{イ} y = 1 \quad (1)$$

である。この接線と平行な直線 ℓ の方程式はある実数 t により

$$\text{ア} x + \text{イ} y = t \quad (2)$$

と表せる。直線 ℓ と E が異なる 2 点 $B(x_1, y_1)$, $C(x_2, y_2)$ で交わるとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めると

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{CA}|^2 |\vec{CB}|^2 - (\vec{CA} \cdot \vec{CB})^2} \\ &= \frac{1}{2} \left| \text{ウ} (y_1 - y_2) - \text{エ} (y_0 - y_2) \right| \quad (3) \end{aligned}$$

一方で、 B, C は ℓ 上の点であるから、 $y_1 - y_2 = -\text{オ} \frac{x_0}{a^2} (x_1 - x_2)$ となり、これを (3) に代入し、さらに (1), (2) を用いれば $\triangle ABC$ の面積は

$$\frac{1}{2} \text{カ} \cdot |t - 1| \cdot |x_1 - x_2|$$

となる。

ここで、 x_1 と x_2 は $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ と $\boxed{\text{ア}}$ $x + \boxed{\text{イ}}$ $y = t$ の2式から y を消去して得られる2次方程式の解であるから、 $\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1$ であることを用いれば

$$x_1 + x_2 = 2tx_0, \quad x_1x_2 = a^2(t^2 - \boxed{\text{キ}})$$

となる。よって、 $(x_1 - x_2)^2 = 4a^2 \boxed{\text{ク}} (1 - t^2)$ となる。

$\triangle ABC$ の面積を t で表した式を $S(t)$ とすると、以上のことから

$$\{S(t)\}^2 = \boxed{\text{ケ}} (t - 1)^2(1 - t^2)$$

となる。

$$\{S(t)\}^2 \text{は } t = -\frac{1}{2} \text{ のとき最大値 } \frac{27}{16} \boxed{\text{ケ}} \text{ をとる。}$$

ア、イ、オ、カ、キ、ク、ケの解答群

- | | | | | |
|------------|----------------------------------|---------------------|---------------------|----------------------------------|
| ① ab | ① $\left(\frac{a}{x_0}\right)^2$ | ② $\frac{a^2}{x_0}$ | ③ $\frac{x_0}{a^2}$ | ④ $\left(\frac{x_0}{a}\right)^2$ |
| ⑤ a^2b^2 | ⑥ $\left(\frac{b}{y_0}\right)^2$ | ⑦ $\frac{b^2}{y_0}$ | ⑧ $\frac{y_0}{b^2}$ | ⑨ $\left(\frac{y_0}{b}\right)^2$ |

ウ、エの解答群

- | | | | |
|--------------------------|----------------------------|-----------------|-----------------|
| ① x_1 | ① x_2 | ② $(x_0 + x_1)$ | ③ $(x_0 + x_2)$ |
| ④ $(x_1 + x_2)$ | ⑤ $(x_0 - x_1)$ | ⑥ $(x_0 - x_2)$ | ⑦ $(x_1 - x_2)$ |
| ⑧ $\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ | ⑨ $\sqrt{ x_1^2 - x_2^2 }$ | | |