

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題冊子は4ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰ること。
10. 試験時間は60分である。
11. マーク記入例

良い例	悪い例
	

問Ⅰ 長方形 ABCD は、各辺の長さが整数で、面積が 1728 である。また $AB < BC$ であるとする。下記の空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

- (1) 長方形 ABCD は アイ 通り存在する。
- (2) 可能な長方形について $AB + BC$ の総和は ウエオカ となる。
- (3) 辺 AB の長さの最大値は キク である。

問Ⅱ 角 θ が $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ を満たすとき、次の θ の関数を考える。

$$y = \sin 3\theta + 6 \cos 2\theta - 6 \sin^2 \frac{\theta}{2} - 3 \cos \theta + 12 \sin \theta$$

以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

- (1) $x = \sin \theta$ とおくとき、 y を x の式で表すと

$$y = - \boxed{\text{ケ}} x^3 - \boxed{\text{コサ}} x^2 + \boxed{\text{シス}} x + \boxed{\text{セ}}$$

となる。

- (2) (1) の 3 次関数を利用すると、 y の最大値は $\boxed{\text{ソ}}$ であり、最小値は $\boxed{\text{タ}}$ であることが分かる。

問Ⅲ 次の連立不等式で表される領域 D を考える。

$$\begin{cases} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 \leq 1 \\ y \leq -2x + \frac{3}{2} \\ y \leq x + \frac{7}{10} \end{cases}$$

以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

- (1) y 切片が k で、直線 $y = -2x + \frac{3}{2}$ に垂直な直線を ℓ とする。

直線 ℓ が領域 D と共有点を持つとき、 k のとる範囲は、

$$-\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} - \frac{\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}} \leq k \leq \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

- (2) 直線 ℓ が領域 D で切り取られる線分の長さを L とおく。 L が最大となるの

は、 $k = -\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ のときであり、そのとき、 $L = \boxed{\text{ノ}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ と

なる。

問Ⅳ 平行四辺形 ABCD を考える。辺 AB と辺 AD の長さは、それぞれ 3, 4 で、
 $\angle ABC$ は 60° であるとする。辺 AD と辺 BC の中点をそれぞれ、M, N とおく。
 また、線分 AN と線分 BD の交点を P とし、線分 CM と線分 BD の交点を Q と
 する。 $\vec{a} = \vec{AB}$, $\vec{b} = \vec{BC}$ とおく。

以下の問に答えなさい。なお、設問(1), (2), (3)は空欄内の各文字に当てはまる
 数字を所定の解答欄にマークしなさい。また、設問(4)は所定の欄に解答と途
 中の式を書きなさい。

ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) $\vec{AP} = \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \vec{b}$ と表せる。また、

$AP = \frac{\boxed{\Delta} \sqrt{\boxed{\text{メ}}}}{\boxed{\text{モ}}}$ となる。

(2) $\cos(\angle PAQ) = \frac{\boxed{\text{ヤユ}} \sqrt{\boxed{\text{ヨ}}}}{\boxed{\text{ラリ}}}$ となる。

(3) 三角形 ABP の外接円の半径は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ルレロ}}}}{\boxed{\text{ワヲ}}}$ である。

(4) 三角形 ABP の外心を O とおくとき、 $\vec{AO}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表しなさい。