な

数　学　問　題

はじめに，これを読むこと。

1. この問題用紙は3ページまである。ただし，ページ番号のない**白紙はページ数に含まない。**
2. 問題は，1ページから3ページに書かれている。それ以外のページは，計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
6. 分数形で解答する場合は，それ以上約分できない形で答えなさい。また，根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
7. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
8. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
9. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず，必ず提出しなさい。ただし，この問題用紙は，必ず持ち帰りなさい。
12. 試験時間は60分である。
13. マーク記入例

良い例	悪い例

※　この問題用紙は，必ず持ち帰りなさい。

〔Ⅰ〕 次の各問の [　　] に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. a_1, a_2, a_3, …を初項が -15, 公差が整数 d の等差数列とする。このとき $a_4 < 0 < a_5$ ならば，$d =$ [(1)] となり，

$$\sum_{n=1}^{5}(-1)^{n-1} n a_n = \boxed{(2)}$$

である。

2. 1から4までの数字が，1つずつ書いてある4枚のカードがある。この中から同時に2枚を取り出し，大きい方の数字を a とし，小さい方の数字を b とするとき，$2a-b$ を得点とする。このとき，得点の期待値は，[(3)] であり，得点が [(3)] 未満となる確率は，[(4)] である。

3. $0 \leqq x \leqq \pi$ かつ $x \neq \frac{\pi}{2}$ を満たす x について，

$$1-\tan^2 x = 3\cos(\pi - x) + \frac{2}{\cos(\pi - x)}$$

を満たすとき，

$$\cos x = \boxed{(5)}, \quad \sin x = \boxed{(6)}$$

である。

A. 0	B. -1	C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$	D. $\frac{1}{3}$
E. $-\frac{1}{2}$	F. 1	G. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	H. 2
I. -2	J. 3	K. $\frac{\sqrt{2}}{3}$	L. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
M. 4	N. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$	O. 5	P. $\frac{5}{4}$
Q. 6	R. 7	S. 8	T. 9
U. 10	V. -10	W. -24	X. $10\sqrt{2}$
Y. $12\sqrt{23}$	Z. 180		

◇M15(685—336)

〔Ⅱ〕 次のア～ヘに当てはまる0～9の数字を解答欄にマークせよ。

1. $0 \leqq x,\ y$ かつ $3x + 2y = 4$ を満たす$(x,\ y)$に対して，$x^3 + \dfrac{8}{3}y^3$ は，

$(x,\ y) = ($ ア $,$ イ $)$ のとき，最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ となり，

$(x,\ y) = \left(\boxed{\text{カ}},\ \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\right)$ のとき，最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ となる。

2. $0 \leqq y \leqq 4x - 2x^2$ を満たす$(x,\ y)$にたいして，$z = 4x^2 + 2xy - 8x$ の最大値と最小値を考える。条件から考えるxの範囲は，

$\boxed{\text{サ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{シ}}$ である。この範囲のxを1つ固定して，

zの値を考えると，zは，yについての1次式だから，固定されたxにたいして，zは $y = \boxed{\text{ス}}\,x - \boxed{\text{セ}}\,x^2$ のとき，最も大きく

$z = -\boxed{\text{ソ}}\,x^3 + \boxed{\text{タチ}}\,x^2 - \boxed{\text{ツ}}\,x$ となる。

従って，考える範囲の$(x,\ y)$にたいしては，

$(x,\ y) = \left(\boxed{\text{テ}} + \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\right)$ のとき，

zは最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ となる。

同様のやり方で最小値をもとめると，$(x,\ y) = (\boxed{\text{ヒ}},\ \boxed{\text{フ}})$ のとき，zは最小値 $-\boxed{\text{ヘ}}$ となる。

〔Ⅲ〕 自然数n, kについて，xy平面上で$0 \leqq y \leqq x$と$y \leqq 2n+k-x$で定まる領域をC_kとする。ある整数a, bに対して，$(a,\ b)$, $(a+k,\ b)$, $(a,\ b+k)$, $(a+k,\ b+k)$を頂点にもつ正方形を1辺がkの格子点の正方形と呼ぶ事にする。C_kに入る格子点の正方形を考える(C_kの境界も含める)。このとき，次の問いに答えよ。

1. $n=4$のとき，C_k内に1辺がkの格子点の正方形が存在するための，最大のkをもとめよ。
2. 1辺がkの格子点の正方形が，C_k内に存在するためのkの条件を，nであらわせ。
3. C_k内にある1辺がkの格子点の正方形の総数をa_kとするとき，a_kをnとkの式であらわせ。
4. $a_1+a_2+\cdots+a_n$をもとめよ。

◇M15(685—338)