

数 学 問 題

注 意

1. この問題冊子は 14 ページあります。解答用紙には、表と裏があります。
2. あなたの受験番号は解答用紙に印刷されています。印刷されている受験番号と、受験票の番号が一致していることを確認しなさい。
3. 解答用紙の所定の欄に氏名を記入しなさい。
4. 問題〔Ⅰ〕の解答は、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
5. 問題〔Ⅱ〕、〔Ⅲ〕の解答は、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
6. 問題〔Ⅳ〕の解答は、解答用紙の所定の欄に解答しなさい。
7. 1 問につき 2 つ以上マークしないこと。2 つ以上マークした場合には、その解答は無効になります。
8. 解答は、必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入しなさい。
9. 訂正するときは、消しゴムできれいに消し、消しクズを残さないこと。
10. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。また、所定の欄以外には絶対に記入しないこと。
11. 解答用紙は必ず提出しなさい。
12. 試験時間は 90 分です。

※ この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。

(マーク記入例)

良い例	悪い例
	

〔Ⅰ〕 以下の ア から ツ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし，アイウ は 3 桁，オカ は 2 桁の数であり，その他は 1 桁の数である。なお分数は既約分数にすること。また テ と ト にあてはまるものを解答群の中から選び，解答用紙の所定の欄にマークせよ。

(1) 数列

$$\frac{1}{1+2}, \frac{1}{1+2+3}, \frac{1}{1+2+3+4}, \dots$$

の第 n 項を a_n で表すと

$$a_{40} = \frac{1}{\text{アイウ}}$$

であり，

$$\sum_{n=40}^{80} a_n = \frac{\text{エ}}{\text{オカ}}$$

である。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

- (2) $OA = 2$, $OB = 1$ である三角形 OAB において, $\angle AOB$ の2等分線と辺 AB の交点を C とする。また線分 AB を $5 : 2$ に外分する点を D , 線分 OB を $2 : 1$ に外分する点を E とする。さらに直線 OC と直線 DE の交点を F とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき,

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \vec{b},$$

$$\overrightarrow{DE} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \vec{b},$$

$$\overrightarrow{OF} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \vec{b}$$

となる。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+6x^2}-1}{\sin^2 x} = \boxed{\text{テ}}$$

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|-----------------|------------|
| ① 0 | ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 6 |
| ⑤ $\sqrt{2}$ | ⑥ $\sqrt{3}$ | ⑦ $\sqrt{6}$ | ⑧ $\frac{1}{2}$ | ⑨ ∞ |

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

- (4) ${}_nC_5$ が 5 の倍数となるような整数 n は, $100 \leq n \leq 125$ の範囲に ト 個ある。

ト の解答群

- | | | | | |
|------|------|------|------|------|
| ① 1 | ① 2 | ② 5 | ③ 6 | ④ 10 |
| ⑤ 11 | ⑥ 15 | ⑦ 20 | ⑧ 25 | ⑨ 26 |

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

〔Ⅱ〕 以下の から にあてはまるものを解答用紙の所定の欄に記入せよ。

座標平面上に3点 $A(-1, 1)$, $B(b, b^2)$, $C(2, 4)$ をとり, $\theta = \angle ABC$ とおく。ただし, $-1 < b < 2$ とする。

(1) 直線 AB の傾きと直線 BC の傾きを b を用いて表すと, それぞれ , である。

(2) $\theta = \frac{\pi}{2}$ となるのは, $b =$ のときである。

(3) $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ のとき, $\tan \theta$ を b で表すと, である。

(4) b が $-1 < b < 2$ の範囲を動くとき, θ の値が最小となるのは, $b =$ のときである。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

〔Ⅲ〕 以下の から にあてはまるものを解答用紙の所定の欄に記入せよ。

a, b を定数とすると、3 次の整式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ は、 $x - 2$ で割ると -2 余り、 $2x - 1$ で割ると $-\frac{7}{8}$ 余るという。

(1) $a =$, $b =$ である。

(2) 方程式 $f(x) = 0$ の解をすべて求めると、 である。

(3) 方程式 $f(x) = c$ が異なる 3 つの実数解を持つような実数 c の値の範囲は、 である。

(4) 関数 $f(x)$ の区間 $d \leq x \leq d + 3$ における最大値が 0 であるような実数 d の値の範囲は、 である。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

〔Ⅳ〕 2つの関数

$$f(x) = 2e^{-x} |\sin x|, \quad g(x) = \sqrt{2} e^{-x}$$

を考える。方程式 $f(x) - g(x) = 0$ ($x \geq 0$) の解を小さいものから順に $x_1, x_2, x_3, \dots$ とする。

- (1) 次の さ から す にあてはまるものを解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(a) $x_k =$ さ ($k = 1, 2, 3, \dots$) である。

(b) a, b を定数とする。

$$\frac{d}{dx} \{e^{-x}(a \sin x + b \cos x)\} = 2e^{-x} \sin x$$

が成り立つのは、 $a =$ し , $b =$ す のときである。

- (2) $S_n = \int_{x_{2n-1}}^{x_{2n}} (f(x) - g(x)) dx$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおく。以下の解答は途中経過も書くこと。

(a) S_1 を求めよ。

(b) S_n ($n = 2, 3, 4, \dots$) を求めよ。

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)