

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B 問題

はじめに、これを読みなさい。

1. 解答用紙には、あなたの受験番号が印刷されています。受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認し、氏名を記入しなさい。
2. この問題冊子は全部で6ページあります(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してかまいません)。
3. 解答は、すべて解答用紙の解答欄にマークしなさい。
4. 1つの解答欄に2つ以上マークしてはいけません。
5. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
6. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
7. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
8. 解答用紙は持ち帰らないで、必ず提出しなさい。
9. この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
10. この試験時間は60分です。
11. 分数形で解答する場合は、既約分数で答えなさい。
12. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
	

〔Ⅰ〕 次の各問の に当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

- (1) 大小 2 つのサイコロを振り、出た目をそれぞれ a, b とする。 $ab \geq 20$ となる確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ であり、 ab が 3 で割り切れる確率は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

- (2) $\triangle ABC$ において $BC = 2$, $AC = \sqrt{2}$, $\angle C = 105^\circ$ とする。

$$\cos 105^\circ = \frac{\sqrt{\text{オ}} - \sqrt{\text{カ}}}{\text{キ}}$$

である。また、 $AB = \text{ク} + \sqrt{\text{ケ}}$ であり、 $\angle A = \text{コサ}^\circ$ である。

- (3) a, b を正の実数で、 $a \neq 1$, $b \neq 1$ とする。このとき

$$\frac{(\log_a^2 b + \log_b a^3)(\log_a^3 b + \log_b^2 a)}{= \frac{\text{シ}}{\text{ス}} \cdot (\log_a b)^2 + \frac{\text{セ}}{\text{ソ}} \cdot (\log_b a)^2 + \frac{\text{タ}}{\text{チ}}}$$

である。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

〔Ⅱ〕 次の各問の に当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

座標空間内に点 $P(s+3, 2s-1, 2s+1)$ と点 $Q(2s+3, 1-2s, s-1)$ がある。ただし、 s は実数全体を動く。次の問に答えよ。

(1) 線分 PQ の長さは

$$\sqrt{\text{ア}} \left(\text{イ} s^2 - \text{ウ} s + \text{エ} \right)$$

であり、 $s = \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ のときに最小値 $\sqrt{\text{キ}}$ をとる。

(2) O を原点とし、 $\theta = \angle POQ$ とする。 $\cos \theta$ のとる値の範囲を求めよう。

$k = \cos \theta$ とおくと

$$k = \frac{\text{クケ} s + \text{コ}}{\text{サ} s^2 + \text{シ} s + \text{スセ}} \quad \dots \quad (*)$$

である。

(a) $s = -\frac{\text{コ}}{\text{クケ}}$ のとき $k = 0$ となる。

(b) $k \neq 0$ のときに (*) を満たす実数 s が存在するための条件は

$$-\frac{\text{ソ}}{\text{タ}} \leq k \leq \frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$$

である。

(a), (b)より $\cos \theta$ のとる値の範囲は

$$-\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \leq \cos \theta \leq \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。また、 $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ となるのは $s = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のときである。

- 〔Ⅲ〕 空欄 , , に当てはまるものを解答群の中から
 選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。それ以外の空欄には、当てはま
 る 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

座標平面上に 3 つの放物線 $C_1: y = x^2$, $C_2: y = -x^2 - 8x - 8$, $C_3: y = -x^2 + ax + b$ がある。 C_1 と C_3 は $t > 0$ の範囲にただ 1 つの共有点 (t, t^2) を持
 ち、直線 ℓ は点 P で C_2 に接し、なおかつ点 Q で C_3 に接しているとする。次の
 問に答えよ。

- (1) C_1 と C_2 の共有点は $(-\text{ア}, \text{イ})$ である。また、 C_1 と C_3 も
 ただ 1 つの共有点を持つことから $a = \text{ウ} t$, $b = -\text{エ} t^2$ であ
 る。
- (2) 点 P, Q の x 座標をそれぞれ α, β とする。 ℓ は点 P における C_2 の接線およ
 び点 Q における C_3 の接線に等しい。これら 2 つの接線の傾きおよび y 軸との
 交点がともに等しいことから

$$\beta - \alpha = \text{オ}, \quad \beta^2 - \alpha^2 = \text{カ}$$

が成り立つ。したがって、 $\beta + \alpha = \text{キ}$ である。これより、直線 ℓ の方
 程式は

$$y = \left(t - \text{ク} \right) x + \frac{t^2 + \text{ケコ} t + \text{サ}}{\text{シ}}$$

である。

- (3) C_3 と x 軸によって囲まれる部分の面積を S_1 , C_1 と直線 ℓ によって囲まれる
 部分の面積を S_2 とすると、

$$S_1 = \frac{\sqrt{\text{ス}}}{\text{セ}} \cdot \text{ソ} t^3$$

$$S_2 = \frac{\sqrt{\text{ス}}}{\text{セ}} \cdot \left(t + \text{タ} \right)^3$$

である。 $S_1 - S_2$ は $t = \frac{\text{チ} + \text{ツ} \sqrt{\text{テ}}}{\text{ト}}$ のときに最小
 値をとる。

オ、カ、キ の解答群

⑧ $t + 2$

① $t - 2$

② $2t + 4$

③ $t + \sqrt{2}$

④ $t - \sqrt{2}$

⑤ $t^2 - 2$

⑥ $t^2 - 4$

⑦ $t^2 - 8$

⑧ $2t^2 - 4$

⑨ $2t^2 - 8$

