

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

1. この問題用紙は 3 ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 問題は、1 ページから 3 ページに書かれている。それ以外のページは、計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
6. 分数形で解答する場合は、それ以上約分できない形で答えなさい。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
7. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
8. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入のこと。
9. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出しなさい。ただし、この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。
12. 試験時間は 60 分である。
13. マーク記入例

良い例	悪い例
	

※ この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。

〔Ⅰ〕 次の各問の に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマーク

せよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. $x^{\log_5 x} = 25x$ を満たす x は、大きい方から順に $x =$ (1) と,

$x =$ (2) である。

2. $y = x^3 - ax^2 + x + 4$ と $y = x$ が、異なる2点のみを共有するとき,

$a =$ (3) であり, $x > 0$ の範囲で, $x =$ (4) のとき共有点を持つ。

3. 放物線 $C_1: y = \frac{x^2}{2}$ と放物線 $C_2: y = \frac{x^2}{2} - 2x + 4$ にともに接する直線を ℓ とするとき, ℓ の傾きは, (5) であり, C_1, C_2, ℓ で囲まれた領域の面積は, (6) である。

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

E. 4

F. 5

G. 6

H. 7

I. 8

J. 9

K. 10

L. 15

M. 20

N. 25

O. 30

P. -1

Q. -2

R. -4

S. -5

T. $\frac{1}{2}$

U. $\frac{1}{3}$

V. $\frac{1}{5}$

W. $\frac{1}{10}$

X. $\frac{1}{25}$

Y. $\sqrt{5}$

Z. $\sqrt{2} + \frac{1}{7}$

〔Ⅱ〕 次のア～ノに当てはまる 0～9 の数字を解答欄にマークせよ。

座標平面上にある 2 点 $P(2t, 2t^3)$, $Q(-4, 4t^2 - 8)$ が, $-2 \leq t \leq 2$ の範囲で動く。 $\ell: y = x + b$ とし, P と ℓ の距離を α , Q と ℓ の距離を β とする。

P は, ℓ より上側にあり, Q は, ℓ より下側にあるとする。

P , Q , ℓ の位置関係から b の範囲は,

$$\boxed{\text{ア}} t^2 - \boxed{\text{イ}} < b < \boxed{\text{ウ}} t^3 - \boxed{\text{エ}} t$$

となる。従って, t の範囲は,

$$- \boxed{\text{オ}} < t < \boxed{\text{カ}}$$

でなければならない。

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} | \boxed{\text{キ}} t^3 - \boxed{\text{ク}} t - b |,$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} | \boxed{\text{ケ}} t^2 - \boxed{\text{コ}} - b |$$

だから, $\alpha = \beta$ とすると, $b = (t + \boxed{\text{サ}})(t^2 - \boxed{\text{シ}})$

である。従って, $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} | (t - \boxed{\text{ス}})(t^2 - \boxed{\text{セ}}) |$

となり, この値が, 最大となるのは, $t = \frac{\boxed{\text{ソ}} - \sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ のとき

で, そのときの値は,

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{ツテ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}} + \boxed{\text{ナ}} \sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$$

である。

〔Ⅲ〕 円に内接する4角形ABCDについて、 $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $AD = d$ とおくとき、次の問に答えよ。

1. $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ であるための必要十分条件が、 $\angle B = \angle D$ である事を証明せよ。

2. $a = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $b = \frac{\sqrt{7}}{3}$, $c = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $d = \frac{2}{3}$ とするとき、 $\cos(\angle A - \angle C)$ を求めよ。