

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題用紙は7ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。白紙は計算用紙として使用してよい。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入のこと。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 問題は〔Ⅰ〕～〔Ⅳ〕まで4問ある。〔Ⅰ〕は必ず解答すること。〔Ⅱ〕,〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕はいずれか2問を選択して解答すること。
10. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題用紙は、必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は60分である。
12. マーク記入例

良い例	悪い例
	

〔Ⅰ〕 (1)～(10)において、Ⓐ、Ⓑ、Ⓒの値の大小関係を調べ、最小のものと最大のものを、それぞれ解答用紙の所定欄にマークせよ。

(1) $2^{18} \cdot 2^a = 2^{12} \cdot 4^b = 8^c = 2^{30}$ である。

Ⓐ a

Ⓑ b

Ⓒ c

(2) $2x^3 + x^2 - 8x - 3$ を $x + 2$ で割ったときの商を $f(x)$ とする。

Ⓐ $f(-\frac{7}{4})$

Ⓑ $f(\frac{3}{4})$

Ⓒ $f(\frac{7}{4})$

(3) 空間座標軸上に3点 $P(1, -1, 1)$, $Q(0, 3, -1)$, $R(0, 1, 2)$ がある。 $\triangle PQR$ の重心の座標を (a, b, c) とする。

Ⓐ a

Ⓑ b

Ⓒ c

(4) 2点 P, Q の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{p}, \vec{q}$ とおく。線分 PQ を $3:2$ に外分する点を M とするとき、 M の位置ベクトル $\vec{m}$ は、

$$\vec{m} = \frac{b\vec{p} + c\vec{q}}{a} \quad (a > 0)$$

である。

Ⓐ a

Ⓑ b

Ⓒ c

(5) 実数 a, b, c について、 $1 - \sqrt{3}i$ (i は虚数単位) と a が3次方程式 $x^3 + bx^2 - 2x + c = 0$ の解になっている。

Ⓐ a

Ⓑ b

Ⓒ c

(6) a, b, c は定数で、3次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ が $x = -2$ で極小値を、 $x = 3$ で極大値をもつ。

Ⓐ a

Ⓑ b

Ⓒ c

(7) $\sin \theta > |\cos \theta|$ を満たす θ の範囲は, a, b, c を正の整数, n を任意の整数として,

$$an\pi + \frac{\pi}{b} < \theta < an\pi + \frac{c}{b}\pi$$

と表せる。

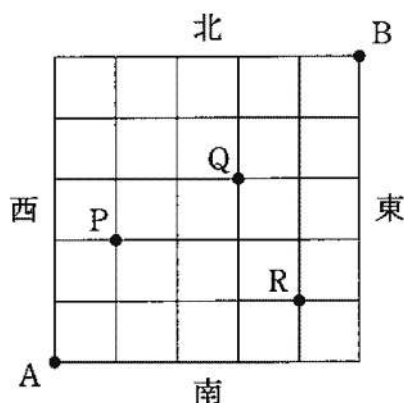
- (A) a (B) b (C) c

(8) a, b, c は定数で、次の等式が成立する。

$$\frac{a}{(x-2)^2} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x-6} = \frac{-16}{(x-2)^2(x-6)}$$

- (A) a (B) b (C) c

(9) 下の図のように、東西に6本、南北に6本の道のある町がある。次の場合のA地点からB地点までの最短経路について、



- (A) P を経由する場合の数
 (B) Q を経由する場合の数
 (C) R を経由する場合の数

(10) 集合 X の要素数を $n(X)$ で表す。正の整数全体の集合を全体集合とする 3 つの部分集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 9\}$, $B = \{x \mid 3 \leq x \leq 6\}$, $C = \{x \mid 4 \leq x \leq 8\}$ について。

- (A) $n(A \cap B \cap C)$ (B) $n(A \cap \bar{B} \cap C)$ (C) $n(A \cap B \cap \bar{C})$

〔Ⅱ〕, 〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕のうち 2 問を選択して解答せよ。(なお 3 問すべてに解答した場合は、高得点の 2 問を合計得点に含める。)

〔Ⅱ〕 所定の解答欄(表面)に, (1), (2)については答のみを, (3)については答と解答経過をともに記せ。

不等式 $\log_2 x + \log_x 4 - \log_x 2 \geq \log_x \frac{8}{x}$ について, $\log_2 x = X$ とおいたとき,

- (1) 左辺を X を用いた式で表せ。
- (2) 右辺を X を用いた式で表せ。
- (3) 不等式を満たす x の範囲を求めよ。

〔Ⅲ〕 所定の解答欄(裏面)に, (1), (2), (3)については答のみを, (4)については答とともに解答経過の説明を記せ。

0 から 5 までの整数からなる数列 $\{a_n\}$ の第 n 項を $a(n)$ と表記することとし, 整数 i および k を用いて次のように定義する。

$$a(1) = 0$$

$1 \leq i \leq 4^k (k \geq 0)$ に対し,

- i) $a(4^k + i)$ は $a(i) + 1$ を 6 で割った余り
- ii) $a(2 \cdot 4^k + i)$ は $a(i) + 5$ を 6 で割った余り
- iii) $a(3 \cdot 4^k + i) = a(i)$

- (1) $k = 0$ のとき, $a(2)$, $a(3)$, $a(4)$ を求めよ。
- (2) $k \geq 1$ のとき, $a(4^k + 1)$, $a(2 \cdot 4^k + 2)$, $a(3 \cdot 4^k + 3)$ を求めよ。
- (3) b, c, d, e を 0 以上 4 未満の整数として, 182 を $b \cdot 4^3 + c \cdot 4^2 + d \cdot 4^1 + e$ の形式で書け。
- (4) $a(182)$ を求めよ。

〔Ⅱ〕, 〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕のうち 2 問を選択して解答せよ。(なお 3 問すべてに解答した場合は, 高得点の 2 問を合計得点に含める。)

〔Ⅳ〕 所定の解答欄(裏面)に, (1), (4)については答のみを, (2), (3)については答と解答経過をともに記せ。

xy 平面上に点 $A(2, 2)$ と点 $B(2, 0)$ を直径の両端とする円 C がある。直線 $y = kx (k > 0)$ が円 C の接線であるとき, その接点を P とする。

- (1) 原点を O とするとき, 線分 OP の長さを求めよ。
- (2) k の値を求めよ。
- (3) 円 C の中心を Q としたとき, $\triangle BQP$ の外心の座標を求めよ。
- (4) $\triangle BQP$ の外接円の方程式を求めよ。

(以上問題終)