

に

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B 問題

はじめに、これを読みなさい。

1. 解答用紙には、あなたの受験番号が印刷されています。受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認し、氏名を記入しなさい。
2. この問題冊子は全部で6ページあります(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してかまいません)。
3. 解答は、すべて解答用紙の解答欄にマークしなさい。
4. 1つの解答欄に2つ以上マークしてはいけません。
5. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
6. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
7. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
8. 解答用紙は持ち帰らないで、必ず提出しなさい。
9. この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
10. この試験時間は60分です。
11. 分数形で解答する場合は、既約分数で答えなさい。
12. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
	  

〔Ⅰ〕 空欄 , に当てはまるものを解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。それ以外の空欄には、当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

- (1) 5 個の数字 0, 1, 2, 3, 4 を並べて 5 桁の整数を作る。小さい順にこれらの整数を並べたとき、57 番目の整数は である。また、偶数である整数は 個あり、4 の倍数である整数は 個ある。

(2) 次の連立方程式

$$\begin{cases} \log_x y + 2 \log_y x = 3 \\ \log_x (y^2 + xy) = 2 \end{cases}$$

の解は $x = \frac{-\text{コ} + \sqrt{\text{サ}}}{\text{シ}}$, $y = \frac{\text{ス} - \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ である。

- (3) 自然数 1, 2, ..., n の中から異なる二つの数を選んで積を作る。このような積全ての和を S_n とおく。ただし、 $S_1 = 0$ とする。 S_n と S_{n-1} の間には漸化式

$$S_n = S_{n-1} + n \cdot \frac{\text{タ}}{\text{チ}}$$

が成り立つ。これを使って S_n を求めると

$$S_n = \frac{1}{\text{ツテ}} \cdot n(n+1)(\text{ト})$$

となる。

タの解答群

① n

③ n^4

⑥ $n(n-1)$

⑨ $n(n+1)(2n+1)$

① n^2

④ $n-1$

⑦ $n(n+1)$

② n^3

⑤ $n+1$

⑧ $n(n-1)(2n-1)$

トの解答群

① n^2+n-2

③ n^2+4n-5

⑥ $3n^2-n-2$

⑨ $3n^2+2n-5$

① n^2+2n-3

④ $2n^2-n-1$

⑦ $3n^2+n-4$

② n^2+3n-4

⑤ $2n^2+n-3$

⑧ $3n^2-2n-1$

- 〔Ⅱ〕 空欄 イ , ウ , エ に当てはまるものを解答群の中から
 選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。それ以外の空欄には、当てはま
 る 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。なお、一つの解答群
 から同じものを二回以上選んでもよい。

$AB = AC = r$ である二等辺三角形 ABC がある。 $\angle BAC = \theta$ とおく。点 P は
 $\angle PBC = \angle PCA = 90^\circ$ を満たす。次の問に答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とおく。このとき、

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\frac{\text{ア}}{\text{イ}} \vec{b} + \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \vec{c}}$$

が成り立つ。

- (2) $\triangle ABC = \triangle BCP$ であるのは $\cos \theta = \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ のときである。このとき、

$$\triangle ABC = \frac{\sqrt{\frac{\text{キ}}{\text{ク}}}}{\text{ク}} \cdot r^2 \text{ である。}$$

- (3) $AB = BP$ であるのは $\cos \theta = \frac{\frac{\text{ケ}}{\text{シ}} - \sqrt{\frac{\text{コサ}}{\text{シ}}}}{\text{シ}}$ のときである。

イ, ウ, エの解答群

- ① $\cos \theta$ ④ $1 + \sin \theta$ ⑦ $1 - \tan \theta$
 ② $1 + \cos \theta$ ⑤ $1 - \sin \theta$ ⑧ $\cos \theta + \sin \theta$
 ③ $1 - \cos \theta$ ⑥ $1 + \tan \theta$ ⑨ $\cos \theta - \sin \theta$

(このページは計算用紙として使用しなさい。)

〔Ⅲ〕 空欄 , , , , ,

, に当てはまるものを解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。それ以外の空欄には、当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。

t を正の実数とする。座標平面上の放物線 $C_1: y = x^2$ 上の点 $P(t, t^2)$ における C_1 の接線を ℓ_1 とする。P において ℓ_1 と直交する直線を ℓ_2 とし、P において ℓ_2 に接する放物線 $C_2: y = -x^2 + ax + b$ を考える。次の問に答えよ。

- (1) C_1 と C_2 のもう一つの交点 Q は $(\text{ア}, \text{イ})$ であり、線分 PQ の長さは $(\text{ウ})^{\text{エ}}$ である。

- (2) C_1 と C_2 によって囲まれる部分の面積 S は

$$\frac{\text{オ}}{\text{カ}} \cdot (\text{キ})^{\text{ク}}$$

であり、 S は $t = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$ のときに最小値 $\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ を取る。

- (3) C_2 の頂点 R は $(\text{ス}, \text{セ} + \text{ソ})$ であり、 $\triangle PQR$ の重心の軌跡は

$$y = \frac{\text{タ}}{\text{チ}} x^2 + \frac{\text{ツ}}{\text{テ}}$$

である。

ア、イ、ソの解答群

- ① $\frac{1}{t}$ ② $-\frac{1}{t}$ ③ $\frac{1}{2t}$ ④ $-\frac{1}{2t}$ ⑤ $\frac{1}{4t}$
- ⑥ $-\frac{1}{4t}$ ⑦ $\frac{1}{t^2}$ ⑧ $-\frac{1}{t^2}$ ⑨ $\frac{1}{4t^2}$ ⑩ $-\frac{1}{4t^2}$

ウ、キ、ス、セの解答群

- ① t ② $\frac{t}{2}$ ③ t^2 ④ $\frac{t^2}{2}$
- ⑤ $t + \frac{1}{t}$ ⑥ $t - \frac{1}{t}$ ⑦ $t + \frac{1}{2t}$ ⑧ $t - \frac{1}{2t}$
- ⑨ $t + \frac{1}{4t}$ ⑩ $t - \frac{1}{4t}$