

に

国 語, 数学Ⅲ・数学C 問題

はじめに, これを読みなさい。

1. 解答用紙には, あなたの受験番号が印刷されています。受験番号が正しいかどうか, 受験票と照合して確認し, 氏名を記入しなさい。
2. 「国語」の問題は裏面から始まります。
3. この問題冊子は, 「数学Ⅲ・数学C」については表面から 11 ページ, 「国語」については裏面から 18 ページあります(表紙の次の白紙 2 ページはメモ用紙として使用してかまいません)。必要な科目を選択して解答しなさい。
4. 解答用紙の「解答科目マーク欄」にマークし, 「解答科目名記入欄」に解答する科目名を記入しなさい。マークされていない場合, 又は複数の科目にマークされている場合は, 0 点となります。
5. 解答は, すべて解答用紙の解答欄にマークしなさい。
6. 1 つの解答欄に 2 つ以上マークしてはいけません。
7. 解答は, 必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入しなさい。
8. 訂正する場合は, 消しゴムできれいに消し, 消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は, 絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 解答用紙は持ち帰らないで, 必ず提出しなさい。
11. この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
12. この試験時間は 60 分です。
13. (数学Ⅲ・数学C) 分数形で解答する場合は, 既約分数で答えなさい。
14. (数学Ⅲ・数学C) 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
15. マーク記入例

良い例	悪い例
	

数学Ⅲ・数学C 問題

- 〔Ⅰ〕 次の空欄 ア から エ に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。ただし、 $\log$ は自然対数、 e はその底である。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n}) =$ ア

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{32^x - 1}{8^x - 1} =$ イ

アの解答群

- | | | | | |
|-----------------|--------|-------|-----------------|-----------------|
| Ⓐ $-\infty$ | Ⓑ -1 | Ⓒ 0 | Ⓓ $\frac{1}{4}$ | Ⓔ $\frac{1}{e}$ |
| Ⓕ $\frac{1}{2}$ | Ⓖ 1 | Ⓗ 2 | Ⓙ e | Ⓙ ∞ |

イの解答群

- | | | | | |
|-------|-----------------|------------------|--------------|-----------------|
| Ⓐ 0 | Ⓑ $\frac{1}{2}$ | Ⓒ 1 | Ⓓ $2 \log 2$ | Ⓔ $\frac{5}{3}$ |
| Ⓕ e | Ⓖ 4 | Ⓗ $\frac{31}{7}$ | Ⓙ e^4 | Ⓙ ∞ |

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

資料用紙

- (3) ある物質 P は時間とともに変化し、その量が減少する。時刻 t における物質 P の量 $y(t)$ は、

$$y(t) = ae^{-kt} \quad (t \geq 0)$$

であるとする。ただし、 $a > 0$ 、 $k > 0$ は定数であり、 a は時刻 $t = 0$ における物質 P の量である。物質 P の量が $\frac{a}{2}$ となる時刻 t_0 は

$$t_0 = \boxed{\text{ウ}} \log \boxed{\text{エ}}$$

である。

ウ、エの解答群

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|
| Ⓐ k | Ⓑ $\frac{1}{k}$ | Ⓒ a | Ⓓ $\frac{1}{a}$ | Ⓔ 2 |
| Ⓕ $\frac{a}{2}$ | Ⓖ k^2 | Ⓗ $\frac{1}{k^2}$ | Ⓙ a^2 | Ⓙ $\frac{1}{a^2}$ |

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

- 〔Ⅱ〕 次の空欄 から に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。ただし、 e は自然対数の底である。必要ならば $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$ を用いてもよい。

関数 $f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$ を考える。

- (1) $f(x)$ は $x =$ において最小値 をとる。
 (2) k を定数とする。 x についての方程式 $f(x) = k$ が二つの実数解をもつとき、
 $k =$ である。
 (3) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点の x 座標は
 $-\sqrt{\text{オ}}$, $+\sqrt{\text{オ}}$
 である。

ア、イ、ウの解答群

- | | | | | |
|--------|-----------------|-------|-------------------|-----------------|
| Ⓐ -3 | Ⓑ -1 | Ⓒ 0 | Ⓓ $\frac{4}{e^3}$ | Ⓔ $\frac{2}{e}$ |
| Ⓕ 1 | Ⓖ $\frac{4}{e}$ | Ⓗ e | Ⓙ $2e$ | Ⓙ $4e^3$ |

エ、オの解答群

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓙ 8 | Ⓙ 9 |

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

- 〔Ⅲ〕 次の空欄 から に当てはまるものを解答群の中から選び、
 解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二
 回以上選んでもよい。ただし、自然数とは1以上の整数のことである。

行列 A, B, E を $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

$M_0 = E$ とし、さいころをふって偶数が出れば A を左からかけ、奇数が出れば
 B を左からかける操作を n 回繰り返すことにより行列 M_n を定める。つまり、

● n 回目に偶数が出たら $M_n = AM_{n-1}$,

● n 回目に奇数が出たら $M_n = BM_{n-1}$

と順々に $M_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ を定める。 $M_n = A$ となる確率を p_n とする。

- (1) $p_1 =$ である。
 (2) $A^a = E$ をみたす最小の自然数 a は である。 $B^b = E$ をみたす最
 小の自然数 b は である。 $BA = AB^c$ をみたす最小の自然数 c は
 である。
 (3) $M_0, M_1, M_2, \dots$ の中で相異なる行列は最大 個である。
 (4) n が偶数のときは $p_n =$ であり、 n が3以上の奇数のときは
 $p_n =$ である。

ア, カ, キの解答群

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Ⓐ 0 | Ⓑ $\frac{1}{8}$ | Ⓒ $\frac{1}{6}$ | Ⓓ $\frac{1}{4}$ | Ⓔ $\frac{1}{3}$ |
| Ⓕ $\frac{3}{8}$ | Ⓖ $\frac{1}{2}$ | Ⓗ $\frac{2}{3}$ | Ⓙ $\frac{3}{4}$ | Ⓙ 1 |

イ, ウ, エ, オの解答群

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓙ 8 | Ⓙ 9 |

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

〔Ⅳ〕 次の空欄 ア から ク に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。

放物線 $C_1: y = \frac{x^2}{8} + 4$ と楕円 $C_2: x^2 + \frac{y^2}{4} = 2$ を考える。

C_1 上の点 $(4a, 2a^2 + 4)$ での接線の方程式は

$$y = \text{ア} x - \text{イ}$$

である。 C_1 上の点 $(4a, 2a^2 + 4)$ における接線が同時に C_2 の接線でもあるような a の値は全部で4個ある。それらを小さい方から順に a_1, a_2, a_3, a_4 とすれば、 $a_1 = \text{ウ}$ 、 $a_2 = \text{エ}$ である。 C_2 の囲む図形の面積は オ である。点 $(4a_1, 2a_1^2 + 4)$ における C_1 の接線を $y = f(x)$ 、点 $(4a_4, 2a_4^2 + 4)$ における C_1 の接線を $y = g(x)$ とする。このとき、 $y = g(x)$ と C_2 の接点は $(\text{カ}, \text{キ})$ である。6つの不等式

$$y \geq f(x), y \geq g(x), x^2 + \frac{y^2}{4} \geq 2, y \leq \frac{x^2}{8} + 4,$$

$$4a_1 \leq x \leq 4a_4, \text{キ} \leq y$$

を同時にみたす領域の面積は ク $- 3\pi$ である。

アの解答群

- ㉠ $-\frac{a}{4}$ ㉡ $-\frac{a}{2}$ ㉢ $-a$ ㉣ $-2a$ ㉤ $-4a$
 ㉥ $\frac{a}{4}$ ㉦ $\frac{a}{2}$ ㉧ a ㉨ $2a$ ㉩ $4a$

イの解答群

- ㉪ $2(a^2 - 2)$ ㉫ $(a^2 - 4)$ ㉬ $\frac{1}{2}(a^2 - 8)$
 ㉭ $\frac{1}{4}(a^2 - 16)$ ㉮ $\frac{1}{8}(a^2 - 32)$ ㉯ $2(a^2 + 2)$
 ㉰ $(a^2 + 4)$ ㉱ $\frac{1}{2}(a^2 + 8)$ ㉲ $\frac{1}{4}(a^2 + 16)$
 ㉳ $\frac{1}{8}(a^2 + 32)$

ウ、エの解答群

- Ⓐ $-2\sqrt{2}$ Ⓑ -2 Ⓒ $-\sqrt{2}$ Ⓓ -1 Ⓔ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
Ⓕ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Ⓖ 1 Ⓗ $\sqrt{2}$ Ⓘ 2 Ⓣ $2\sqrt{2}$

オの解答群

- Ⓐ $\frac{\pi}{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ Ⓒ π Ⓓ $\sqrt{2}\pi$ Ⓔ 2π
Ⓕ $2\sqrt{2}\pi$ Ⓖ 4π Ⓗ $4\sqrt{2}\pi$ Ⓘ 8π Ⓣ 16π

カ、キの解答群

- Ⓐ -4 Ⓑ -2 Ⓒ -1 Ⓓ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ Ⓔ $-\frac{1}{2}$
Ⓕ $\frac{1}{2}$ Ⓖ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Ⓗ 1 Ⓘ 2 Ⓣ 4

クの解答群

- Ⓐ $\frac{62}{3}$ Ⓑ $\frac{82}{3}$ Ⓒ $\frac{92}{3}$ Ⓓ $\frac{98}{3}$ Ⓔ $\frac{100}{3}$
Ⓕ $\frac{104}{3}$ Ⓖ $\frac{110}{3}$ Ⓗ $\frac{116}{3}$ Ⓘ $\frac{122}{3}$ Ⓣ $\frac{128}{3}$

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)