

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題冊子は7ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。
所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰ること。
10. 試験時間は60分である。
11. マーク記入例

良い例	悪い例
	

問Ⅰ 赤、青、白の3つのサイコロを投げ、出た目の数をそれぞれ x, y, z とする。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) $100x + 10y + z$ が9の倍数となる確率は、 $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエオ}}}$ である。

(2) $xy^2 + yz^2 + zx^2 = x^2y + y^2z + z^2x$ となる確率は、 $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) $\log_{10} xy^2z^3$ の期待値は、

$\boxed{\text{ク}} + \boxed{\text{ケ}} \log_{10} 2 + \boxed{\text{コ}} \log_{10} 3$ である。

(4) $\theta (0^\circ \leq \theta < 360^\circ)$ を未知数とする方程式： $x \cos \theta + y \sin \theta = 5$ が解をも

つ確率は、 $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

問Ⅱ a, b をともに正の整数とする。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

(1) $0 < a + 3b \leq 150$ を満たす a, b の組は、全部で ソタチツ 組ある。

(2) $0 < \log_2 a \leq b \leq 10$ を満たす a, b の組は、全部で テトナニ 組ある。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

問Ⅲ 原点を O とする xy 平面上に 3 点 A, B, C がある。 O, C, A の 3 点はこの順番で一直線上にあり、点 A と点 B の中点 M は三角形 ABC の外接円の中心である。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とすると、 $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ である。このとき、この外接円と直線 OB は相異なる 2 点で交わり、このうち B でない交点を D とする。

空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) 三角形 ABC の外接円の半径は、 $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

(2) $\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}} \vec{a}$, $\overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{\text{フヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} \vec{b}$ である。

(3) 点 A, B, C, D までの距離の和が最小となる平面上の点を P とすると、 $\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{マ}} \vec{a} + \boxed{\text{ミム}} \vec{b}}{\boxed{\text{メモ}}}$

$|\overrightarrow{AP}| + |\overrightarrow{BP}| + |\overrightarrow{CP}| + |\overrightarrow{DP}| = \frac{\boxed{\text{ヤユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}$ となる。

(このページは計算用紙として使用しなさい。)

問Ⅳ xy 平面上の曲線 $R: y = x^3 - 9x^2 - 165x + 8$ がある。この曲線 R の極小点を P_1 とし、点 P_1 における曲線 R の接線と R の交点のうち P_1 と異なる点を P_2 とする。さらに、点 P_2 における R の接線と R の交点のうち P_2 と異なる点を P_3 とし、以下同様に $P_4, P_5, P_6, \dots, P_i, \dots$ を定めていく。なお、点 P_i の x 座標を p_i と表記する。

空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。設問(2)の解答は解答用紙の裏面を使用し、計算の途中式も書きなさい。

- (1) $p_1 =$ ラリ , $p_2 = -$ ルレ となる。
- (2) p_n の値を n を用いて表しなさい。