れ

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B　問題

はじめに，これを読みなさい。

1. 解答用紙には，あなたの受験番号が印刷されています。受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認し，氏名を記入しなさい。
2. この問題冊子は全部で6ページあります(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してかまいません)。
3. 解答は，すべて解答用紙の解答欄にマークしなさい。
4. 1つの解答欄に2つ以上マークしてはいけません。
5. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
6. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
7. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
8. 解答用紙は持ち帰らないで，必ず提出しなさい。
9. この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
10. 試験時間は60分です。
11. 分数形で解答する場合は，既約分数で答えなさい。
12. 根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
●	◉ ⊗ ◍

〔Ⅰ〕 次の空欄中**ア**から**キ**に当てはまる0から9までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし，$\boxed{\text{アイ}}$ は2桁の自然数である。

(1)

$$f(x) = 8x + \int_0^1 g(t)\,dt$$

$$g(x) = x^2 \int_0^1 f(t)\,dt - 4x$$

であるとき，$\displaystyle\int_0^2 (f(t) - 2g(t))\,dt = \boxed{\text{アイ}}$ である。

(2) 正の実数 a，b が $a + b \leqq 7$ を満たすとする。円 $C_1 : x^2 + y^2 = a^2$，放物線 $C_2 : y = \dfrac{1}{2}(b - x^2)$ を考える。C_1 と C_2 が共有点を持つとき b が最大となるのは $a = \boxed{\text{ウ}}$，$b = \boxed{\text{エ}}$ のときである。

(3) 高さが異なる二つの塔A，Bが水平な面に立っているとし，これらの塔を同じ平面上の高さ0のある地点Xから観察する。地点Xから塔Aの根元までの距離をXA，地点Xから塔Bの根元までの距離をXBとすると，XAはXBの $\dfrac{3}{2}$ 倍であった。

地点Xから塔Aの頂点Pを見上げた角が45°であり，地点Xから塔Bの頂点Qを見上げた角が60°であった。このとき，塔Bの高さは塔Aの高さの $\dfrac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ 倍である。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

〔Ⅱ〕 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び，解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお，一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。

三角形ABCの3つの角をそれぞれA，B，Cで表し，$A \geqq B \geqq C$であるとする。$t = \cos(A - B)$，$x = \cos C$として，式

$$a = \cos 2A + \cos 2B + \cos 2C$$

を考える。このとき以下の問いに答えよ。

(1) $\cos 2C$をxの式で表すと $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) X，Yを任意の角とするとき，$\cos(X + Y) + \cos(X - Y) =$ $\boxed{\text{イ}}$ である。

(3) (2)を用いて$\cos 2A + \cos 2B$をx，tの式で表すと $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(4) xを固定して考えたとき，aは$t =$ $\boxed{\text{エ}}$ のときに最小になり，そのときのaをxの式で表すと $\boxed{\text{オ}}$ である。

(5) $t =$ $\boxed{\text{エ}}$ のもとで $\boxed{\text{オ}}$ が最小になるようなA，B，Cの値は，$A =$ $\boxed{\text{カ}}$，$B =$ $\boxed{\text{キ}}$，$C =$ $\boxed{\text{ク}}$ である。

ア，オの解答群

⓪ $-2x^2 - 1$　① $-2x^2 - 2x - 1$　② $-2x^2 + 2x - 1$
③ $-2x^2 + 1$　④ $-2x^2 + 2x + 1$　⑤ $2x^2 + 1$
⑥ $2x^2 - 2x + 1$　⑦ $2x^2 + 2x + 1$　⑧ $2x^2 - 1$
⑨ $2x^2 - 2x - 1$

イの解答群

⓪ $-2\sin X \sin Y$　① $-2\cos X \cos Y$　② $-\sin X \sin Y$
③ $-\cos X \cos Y$　④ $\sin X \sin Y$　⑤ $\cos X \cos Y$
⑥ $2\sin X \sin Y$　⑦ $2\cos X \cos Y$　⑧ $\sin X \cos Y$
⑨ $\cos X \sin Y$

ウの解答群

⓪ $\dfrac{tx}{2}$　① tx　② $2tx$　③ $t\sqrt{1-x^2}$

④ $\dfrac{t\sqrt{1-x^2}}{2}$　⑤ $-\dfrac{tx}{2}$　⑥ $-tx$　⑦ $-2tx$

⑧ $-t\sqrt{1-x^2}$　⑨ $-\dfrac{t\sqrt{1-x^2}}{2}$

エの解答群

⓪ -1　① 0　② $\dfrac{1}{2}$　③ 1　④ $-x$

⑤ x　⑥ $-\dfrac{x}{2}$　⑦ $\dfrac{x}{2}$　⑧ $-2x$　⑨ $2x$

カ，キ，クの解答群

⓪ 15°　① 30°　② 45°　③ 60°　④ 75°

⑤ 90°　⑥ 105°　⑦ 120°　⑧ 135°　⑨ 150°

〔Ⅲ〕 次の空欄中の**ア**から**ナ**に当てはまる0から9までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし，$\boxed{\text{ウエ}}$ と $\boxed{\text{ケコ}}$ と $\boxed{\text{セソ}}$ と $\boxed{\text{チツ}}$ は2桁の自然数，$\boxed{\text{テトナ}}$ は3桁の自然数である。

整数 r に対して，集合 $A(r)$ を

$$A(r)=\{(a,\ b)\mid a,\ b\text{は自然数で}7a-8b=r\text{かつ}a+b<750\}$$

により定める。以下の問いに答えよ。

(1) $A(0)$ の任意の要素は $\left(\boxed{\text{ア}}\,n,\ \boxed{\text{イ}}\,n\right)$ と書かれる。ただしここで $n=1,\ 2,\ \cdots,\ \boxed{\text{ウエ}}$ である。

(2) $A(1)$ の任意の要素は

$$\left(\boxed{\text{オ}}\,n+\boxed{\text{カ}},\ \boxed{\text{キ}}\,n+\boxed{\text{ク}}\right)$$

と書かれる。ただしここで $n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ \boxed{\text{ケコ}}$ である。

(3) $A(r)$ の任意の要素は $\left(\boxed{\text{サ}}\,n-r,\ \boxed{\text{シ}}\,n-r\right)$ と書かれる。ただしここで $\dfrac{r}{\boxed{\text{ス}}}<n<\boxed{\text{セソ}}+\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}r$ である。

(4) 集合 B を

$$B=\{(a,\ b)\mid 14a-15b\leqq 700\}$$

とするとき，集合 $B\cap A(r)$ が空集合でない最大の r の値は $\boxed{\text{テトナ}}$ である。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）