

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

(注意事項)

1. この問題用紙は 13 ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. これは、数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ、解答すること。
3. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
4. 解答用紙には受験番号が印刷されているので、受験番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
5. 解答はすべて「解答用紙」の解答欄に記入またはマークすること。解答欄以外のところは何も記入しないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
7. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 文字は一点一画まで正確に書くこと。
10. 解答用紙は持ちかえないこと。
11. この問題用紙は必ず持ちかえること。
12. この試験時間は 60 分である。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
	  

〔Ⅰ〕 次の各問の にあてはまる数を解答群から選び、解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。また、分数はすべて既約分数で表し、根号の中の平方数は根号の外に出して簡略化せよ。

(1)

$$\beta = \frac{1}{2\sqrt[3]{2}} \{ \sqrt{3} + 1 + (\sqrt{3} - 1)i \}$$

$$\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

とすると、 $(\beta\omega)^3 = \text{ア} + \text{イ}i$ である。

ただし、 $i^2 = -1$ である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓢ 9 |

$$(2) \sum_{k=1}^n \log_{10} \frac{k+1}{k+3} = \log_{10} \frac{\boxed{\text{ア}}}{(n + \boxed{\text{イ}})(n + \boxed{\text{ウ}})} \text{である。}$$

ただし, $\boxed{\text{イ}} < \boxed{\text{ウ}}$ とする。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | ⓵ 9 |

- (3) 1つのサイコロを続けて2回振ったときに、1回目の出る目を a 、2回目に出る目を b とする。

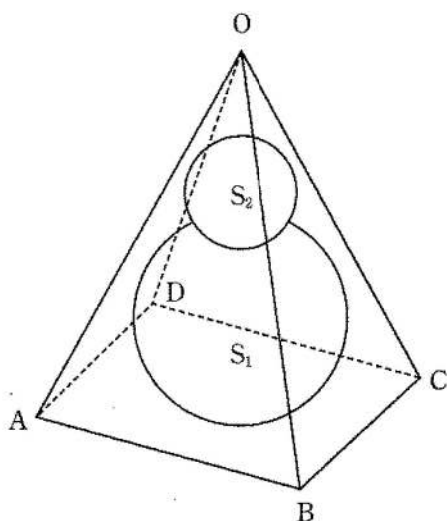
① 事象 $|a - b| < 5$ の起こる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

② 事象 $a < 5$ が起こったときに、事象 $|a - b| < 5$ の起こる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

《解答群》

- | | | | | |
|------|------|------|------|------|
| Ⓐ 16 | Ⓑ 17 | Ⓒ 18 | Ⓓ 19 | Ⓔ 20 |
| Ⓕ 21 | Ⓖ 22 | Ⓗ 23 | Ⓙ 24 | ⓫ 25 |

- (4) 図のように、底面の一边が長さ2の正方形で、側面の4つの三角形がすべて二等辺三角形である正四角錐OABCDがある。また、球 S_1 はこの正四角錐の5つの面と接し、球 S_2 はこの正四角錐の4つの面と球 S_1 に接している。球 S_1 と球 S_2 の体積比が8:1であるとき、正四角錐OABCDの高さは $\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。



《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | ⓵ 9 |

(5) $f(t) = \int_0^2 |2x - t| dx$ の最小値は, ア である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓙ 9 |

- 〔Ⅱ〕 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB = \sqrt{3}$ 、 $BC = \sqrt{2}$ 、 $\angle ABD = 60^\circ$ 、 $\angle CBD = 45^\circ$ とする。このとき、次の各問の にあてはまる数を解答群から選び、解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。

- (1) $\triangle ABC$ の面積を S_1 とすると、

$$S_1 = \frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

- (2) $AC^2 = \boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ である。

- (3) D から線分 AC に下ろした垂線と線分 AC との交点を H とする。線分 DH の長さを線分 AC の長さで表すと、

$$DH = \frac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}} + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}} AC$$

である。

- (4) $\triangle ACD$ の面積を S_2 とすると、

$$S_2 = \frac{\boxed{\text{ケコ}} - \boxed{\text{サシ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ケコ}}$ 、 $\boxed{\text{サシ}}$ 、 $\boxed{\text{セ}}$ の最大公約数は 1 とする。

《解答群》

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 0 | (B) 1 | (C) 2 | (D) 3 | (E) 4 |
| (F) 5 | (G) 6 | (H) 7 | (I) 8 | (J) 9 |

- 〔Ⅲ〕 放物線 $C: y = x^2$ 上に相異なる 2 点 $P(p, p^2)$, $Q(q, q^2)$ が存在する。ただし, $p < 0 < q$ とする。P, Q における C の接線をそれぞれ l, m とし, P を通り m に平行な直線を m' , Q を通り l に平行な直線を l' とする。 l と m の交点を U , l' と m' の交点を V とする。次の各設問に解答せよ。

- (1) 直線 l, m の方程式を求めよ。

$$l: y = \boxed{}$$

$$m: y = \boxed{}$$

- (2) U の座標を p, q を用いて表せ。

$$U(\boxed{}, \boxed{})$$

- (3) V の座標を p, q を用いて表せ。

$$V(\boxed{}, \boxed{})$$

- (4) 平行四辺形 $PUQV$ の面積 S を p, q を用いて表せ。

$$S = \boxed{}$$

- (5) U が直線 $y = -k$ (ただし, $k > 0$) 上に存在するように, P, Q が動くとき, V の描く図形の方程式は,

$$y = \boxed{}$$

である。

- (6) U が直線 $y = -k$ (ただし, $k > 0$) 上を動くときに, 平行四辺形 $PUQV$ の面積 S の最小値は, $\boxed{}$ である。