

数 学 問 題

注 意

1. この問題冊子は 14 ページあります。解答用紙には、表と裏があります。
2. あなたの受験番号は解答用紙に印刷されています。印刷されている受験番号と、受験票の番号が一致していることを確認しなさい。
3. 解答用紙の所定の欄に氏名を記入しなさい。
4. 問題〔Ⅰ〕の解答は、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
5. 問題〔Ⅱ〕、〔Ⅲ〕の解答は、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
6. 問題〔Ⅳ〕は、解答用紙の所定の欄に解答しなさい。
7. 1 問につき 2 つ以上マークしないこと。2 つ以上マークした場合には、その解答は無効になります。
8. 解答は、必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入しなさい。
9. 訂正するときは、消しゴムできれいに消し、消しクズを残さないこと。
10. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。また所定の欄以外には絶対に記入しないこと。
11. 解答用紙は必ず提出しなさい。
12. 試験時間は 90 分です。

※ この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。

(マーク記入例)

良い例	悪い例
	

〔I〕 以下の ア から チ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙の所定の欄にマークせよ。 エオ， クケ， サシ， タチ は 2 桁の数， アイウ， スセソ は 3 桁の数であり，その他は 1 桁の数である。なお，分数は既約分数にすること。また，ツ から ナ にあてはまるものを解答群から選び，所定の欄にマークせよ。

- (1) 第 3 項が 0 であって，第 1 項から第 6 項までの和が 6 であるような等差数列の第 n 項を a_n とする。このとき， $a_N \geq 300$ となるような正の整数 N のうち最小のものを N_1 とすると， $N_1 =$ アイウ である。また， $\sum_{n=1}^N a_n \geq 300$ となるような正の整数 N のうち最小のものを N_2 とすると， $N_2 =$ エオ である。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

(2) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき, $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ならば, $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり,

$\tan \frac{\theta}{4} = \sqrt{\boxed{\text{クケ}}} - \boxed{\text{コ}}$ である。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

(3) さいころを4回投げるとき、 k 回目に出る目を A_k ($k = 1, 2, 3, 4$) とする。

(a) $A_1 < A_2 < A_3 < A_4$ となる目の出方は、サシ 通りである。

(b) $A_1 < A_2 < A_3$ かつ $A_3 \neq A_4$ となる目の出方は、スセソ 通りである。

(c) $A_1 < A_2 < A_3$ かつ $A_3 > A_4$ となる目の出方は、タチ 通りである。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

(4) x, y は実数として、次の4つの命題を考える。

(a) $xy \geq 1 \implies x + y \geq 2$

(b) $x^2 + y^2 \leq 1 \implies |x| + |y| \leq \sqrt{2}$

(c) $x + y \leq 2 \implies \text{「}x \leq 1 \text{ または } y \leq 1\text{」}$

(d) $x^2 + y^2 \leq 1 \implies x^4 + y^4 \leq 1$

これらの命題の真偽を判定すると、(a) は ツ , (b) は テ ,
(c) は ト , (d) は ナ である。

—— ツ, テ, ト, ナ の解答群 ——

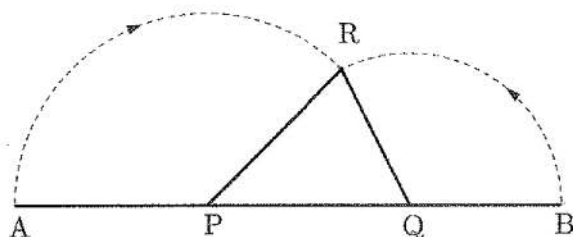
① 真

② 偽

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

〔Ⅱ〕 以下の あ から か にあてはまるもの（数、式など）を解答用紙の所定の欄に記入せよ。ただし、途中経過は必要でない。

平面上に長さ 2 の線分 AB がある。線分 AB 上に異なる 2 点 P, Q をとり、A, B が同一の点にくるように、線分 AB を P と Q で折り曲げて三角形 PQR をつくる。



すなわち、点 A, P, Q, B はこの順に並んでいて、点 R は直線 AB 上にない点であり、線分の長さについて

$$AP = PR, \quad BQ = QR$$

が成り立っている。この平面上に直交座標を $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ となるようにとって、点 R の座標を (x, y) とおく。ただし、 $y > 0$ とする。

以下、 $a = AP$, $b = BQ$ とおく。

(1) a, b を x, y を用いて表すと、 $a =$ あ, $b =$ い である。

(2) $PQ = \frac{2}{3}$ かつ $x = \frac{1}{2}$ のとき、 $y =$ う, $a =$ え,
 $b =$ お である。

(3) $PQ < \frac{2}{3}$ かつ $x = \frac{1}{2}$ が成り立つように P, Q が動くとき、 y のとりうる値の範囲は、か である。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

〔 Ⅲ 〕 以下の き から け にあてはまるもの（数、式など）を解答用紙の所定の欄に記入せよ。ただし、途中経過は必要でない。

O を原点とする xyz 空間内に点 $A(0, 1, 1)$ がある。また、 $y > 0$ の範囲に点 $P(x, y, z)$ を考える。

- (1) $\cos \angle AOP$ を x, y, z を用いて表すと、 $\cos \angle AOP =$ き となる。
- (2) $\angle AOP = \frac{\pi}{4}$ のとき、 z を x, y を用いて表すと、 $z =$ く となる。
- (3) $\angle AOP = \frac{\pi}{4}$ を満たす点 P の全体を K 、平面 $x = 1$ を L とする。 L と K との共通部分を C_1 、 L と平面 $y = 1$ との共通部分を C_2 、 L と平面 $z = 2$ との共通部分を C_3 とする。 L において C_1 と C_2 と C_3 で囲まれた領域の面積は、け である。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

〔 IV 〕 以下の問に答えよ。(1), (3) の解答は、最終結果だけでなく、途中経過も書くこと。

$0 \leq t \leq \pi$ を定義域とする 2 つの関数

$$f(t) = \cos 2t + 2 \cos t, \quad g(t) = 1 - \cos 2t$$

を考える。

(1) 関数 $f(t)$ と $g(t)$ の増減を調べよ。

(2) t を媒介変数として

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \pi)$$

で表される xy 平面上の曲線を C とする。(1) の結果を用いて、 C の概形を描け。

(3) C と x 軸とで囲まれる図形の面積 S を求めよ。ただし、必要ならば次の等式が成り立つことを証明せずに用いてよい。

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \}$$

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

