

# 数 学 問 題

## 注 意

1. この問題冊子は 10 ページあります。試験開始の指示のあとで確認しなさい。
2. 解答用紙には表と裏に解答欄があります。また、受験番号が解答用紙に印刷されています。印刷されている受験番号と受験票に記されているあなたの受験番号が一致していることを確認しなさい。
3. 解答用紙の所定の欄に氏名を記入しなさい。
4. 問題〔Ⅰ〕の解答は、解答用紙の所定の欄に、下のマーク記入例の良い例のようにマークしなさい。解答欄 1 行につき 2 つ以上マークしてはいけません。2 つ以上マークした場合は、その解答は無効になります。
5. 問題〔Ⅱ〕,〔Ⅲ〕は、解答用紙の所定の欄に解答しなさい。
6. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入しなさい。
7. マークを訂正するときは、消しゴムできれいに消してください。なお、消しクズが解答用紙に残らないようにしてください。
8. 解答用紙は汚したり折り曲げたりしないでください。また所定の欄以外には何も記入してはいけません。
9. 解答用紙は必ず提出しなさい。問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
10. 試験時間は 90 分です。

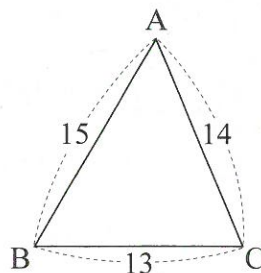
(マーク記入例)

| 良い例                                                                                 | 悪い例                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |

〔 I 〕 以下の問に答えよ。

- (1) 次の ア から ソ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙の所定の欄にマークせよ。 オカ， コサ， スセ は 2 桁の数である。

3 辺の長さが  $AB = 15$ ，  $BC = 13$ ，  $CA = 14$  である三角形 ABC を考える。



(a)  $\cos A = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ ，  $\sin A = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$  である。

(b) 三角形 ABC の外接円の半径は  $\frac{\text{オカ}}{\text{キ}}$ ， 内接円の半径は ク である。

(c) 三角形 ABC の内接円と辺 BC の接点を D とすると，  $DC = \text{ケ}$

である。また， 三角形 ABC の外心と辺 BC との距離は  $\frac{\text{コサ}}{\text{シ}}$  で

ある。ゆえに， 三角形 ABC の外心と内心との距離は  $\sqrt{\frac{\text{スセ}}{\text{ソ}}}$  である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

- (2) 次の タ から ツ にあてはまる 0 から 9 までの数字を、解答用紙の所定の欄にマークせよ。

整式  $x^4$  を 3 次の整式  $f(x)$  で割った余りが  $5x^2 - 4$  であり、かつ  $f(1) \neq 0$  ならば、方程式  $f(x) = 0$  の解は小さい順に

— , — ,

である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

(3) 次の テ から ノ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙の所定の欄にマークせよ。 テト と ナニ は 2 桁の数， ヌネノ は 3 桁の数である。

(a) 大きさの異なる 2 個のさいころを振るとき，出た目の和が 7 でない目の出方は テト 通りである。

(b) 大きさの異なる 3 個のさいころを振るとき，出た目の和が 7 の倍数となる目の出方は ナニ 通りである。

(c) 大きさの異なる 4 個のさいころを振るとき，出た目の和が 7 の倍数となる目の出方は ヌネノ 通りである。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

〔Ⅱ〕 次の  から  にあてはまるもの（数，式など）を解答用紙の所定の欄に記入せよ。ただし，途中経過は必要でない。

座標平面上に4点  $O(0, 0)$ ， $A(2, 0)$ ， $B(u, v)$ ， $C(2, 5)$  をとる。  
ただし， $u > 2$ ， $0 < v < \frac{5}{2}u$  とする。そして，四角形  $OABC$  の内部に点  $P(s, t)$  をとる。

(1) 三角形  $POA$  と四角形  $OABC$  の面積比は  $3:10$  とする。このとき， $t$  を  $u$  の式で表すと， $t =$   である。

(2) 三角形  $PCO$  と三角形  $POA$  の面積比は  $2:3$  とする。このとき，点  $C$  から直線  $OP$  に下ろした垂線の長ささと点  $A$  から直線  $OP$  に下ろした垂線の長さの比は， である。したがって，直線  $OP$  と線分  $CA$  の交点の座標は  であり， $s, t, u, v$  によらず一定である。ゆえに， $s$  を  $t$  の式で表すと， $s =$   である。

(3) 三角形  $PAB$  と三角形  $PBC$  の面積比は  $2:3$  とする。このとき，直線  $PB$  と線分  $CA$  の交点の座標は  であり， $s, t, u, v$  によらず一定である。

(4) 三角形  $PCO$ ，三角形  $POA$ ，三角形  $PAB$ ，三角形  $PBC$  の面積比は  $2:3:2:3$  とする。このとき， $v$  を  $u$  の式で表すと， $v =$   であって， $u$  のとりうる値の範囲は  である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

〔 Ⅲ 〕 (1), (2) の  く  から  こ  にあてはまる数式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。途中経過は必要でない。

また, (3) の解答を解答用紙の所定の欄に記述せよ。途中経過も書くこと。

$xy$  平面上の曲線  $y = \log x$  を  $C$  とする。 $a$  は実数の定数とし, 点  $A(a, 1)$  をとる。ただし,  $\log x$  は自然対数とする。また, 点  $P$  が点  $A$  に関して点  $Q$  と対称であるとは,  $A$  が線分  $PQ$  の中点であることをいう。ただし,  $Q = A$  のときは  $P = A$  とする。

(1) 点  $A$  に関して点  $Q(x, y)$  と対称な点  $P$  の座標を  $a, x, y$  を用いて表すと,  $P$   $\left( \begin{array}{c} \text{く} \\ \text{け} \end{array} \right)$  である。

(2) 点  $P$  が曲線  $C$  上を動くとき,  $A$  に関して  $P$  と対称な点  $Q$  の描く軌跡を  $C'$  とする。曲線  $C'$  の方程式は,  こ  である。

(3)  $C$  と  $C'$  は直線  $x = 2e$  上に共有点をもつとする。ただし,  $e$  は自然対数の底である。以下の問に答えよ。

(a)  $a$  の値, および, もう 1 つの共有点の  $x$  座標を求めよ。

(b)  $C$  と  $C'$  によって囲まれた部分の面積を求めよ。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)