

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題用紙は6ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。
所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰ること。
10. 試験時間は60分である。
11. マークシート記入例

良い例	悪い例
	  

〔Ⅰ〕 a, b, c は正の整数である。以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

(1) $ab = 1800$ となる a, b の組は全部で アイ 通りある。

(2) $a < b < c < 10$ となる a, b, c の組は全部で ウエ 通りある。

(3) $12a = 4b + 3c, b < 100, c < 100$ となる a, b, c の組は全部で オカキ 通りある。

(4) $a + b = 3c < 100$ となる a, b, c の組は全部で クケコサ 通りある。

(5) $a + \log_3(b + c) = 10$ となる a, b, c の組は全部で シスセソタ 通りある。ただし、 $3^{10} = 59049$ である。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

- 〔Ⅱ〕 同一平面上において、点 O を中心とする半径 10 の円周上に 3 点 A, B, C がある。線分 AB と直線 CO は交点を持ち、この交点を P とする。CP = 14 であり、AP : BP = 2 : 3 である。

以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ とすると、 $\overrightarrow{CP} = \frac{\boxed{\text{チ}} \vec{a} + \boxed{\text{ツ}} \vec{b}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

また、 $\overrightarrow{OA} = \frac{\boxed{\text{ト}} \vec{a} - \boxed{\text{ナ}} \vec{b}}{\boxed{\text{ニ}}}$ と表すことができる。

(2) $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ についての計算から、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\boxed{\text{ヌネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ となる。さら

に、CA = $\boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フヘ}}}$, CB = $\boxed{\text{ホ}} \sqrt{\boxed{\text{マ}}}$ である。

(3) 三角形 ABC の面積は $\frac{\boxed{\text{ミムメ}} \sqrt{\boxed{\text{モ}}}}{\boxed{\text{ヤ}}}$ である。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

〔Ⅲ〕 座標平面上で、曲線 $y = ax^2 + bx + 2$ を C とおく。また、直線 $y = ax + b + 2$ を ℓ とおく。ただし、 a, b は定数とし、 $a > 0$ とする。

以下の問に答えなさい。設問(1)は裏面の所定の欄に解答を書きなさい。また、設問(2)は裏面の所定の欄に解答と計算の途中式を書きなさい。

- (1) 曲線 C と直線 ℓ がただ 1 つの共有点を持つための必要十分条件となる a, b の式を欄 A に書きなさい。また、その共有点の座標を欄 B に書きなさい。
- (2) いま、曲線 C と直線 ℓ が 2 つの交点を持ち、2 交点の x 座標の差の絶対値は 4 であるとする。また、曲線 C と直線 ℓ で囲まれる部分の面積は 64 であるとする。このとき、これを満たす a, b の値を求めなさい。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)