

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題用紙は9ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。白紙は計算用紙として使用してよい。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 問題は〔Ⅰ〕～〔Ⅴ〕まで5問ある。〔Ⅰ〕,〔Ⅱ〕は必ず解答すること。〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕はいずれか2問を選択して解答すること。なお,〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕の3問すべてに解答した場合は、高得点の2問を合計得点に含める。
10. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題用紙は、必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は60分である。
12. マーク記入例

良い例	悪い例
	

[I] (1)~(5)において、**A**、**B**、**C**の値の大小関係を調べ、最大のものと最小のものを、それぞれ所定の解答欄(表面)にマークせよ。

(1) $\{1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 7\}$ の、

A 平均値

B 中央値(メジアン)

C 最頻値(モード)

(2) θ が第2象限の角で、 $\sin \theta = \frac{2}{3}$ のとき、

A $\sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)$

B $\cos \theta$

C $\tan \theta$

(3) **A** 半径4, 面積 4π の扇形の弧の長さ

B 半径5, 中心角 $\frac{\pi}{2}$ の扇形の弧の長さ

C 半径6, 中心角 72° の扇形の弧の長さ

(4) $2x^3 + x^2 - 8x - 3$ を $x + 2$ で割ったときの商を $f(x)$ としたとき、

A $f(0)$

B $f(1)$

C $f(2)$

(5) $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 5$ のとき、

A $f\left(-\frac{2236}{1001}\right)$

B $f\left(\frac{98}{299}\right)$

C $f\left(\frac{502}{301}\right)$

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅱ〕 所定の解答欄(表面)に、解答をマークせよ。

問題文中の , などは答が 2 桁の数であることを表しており、 , などは答が 1 桁の数であることを表している。ア、イ、ウ、… の一つ一つは、0～9 のいずれか一つの数字に対応する。対応する数字を解答用紙のア、イ、ウ、… で示された解答欄にマークしなさい。

分数形に関しては、それ以上、約分できない形で解答すること。

なお、問題文中に , などが 2 度以上現れる場合、2 度目以降は , のように細字で表記している。

(1) 48^{30} は 桁の数である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算せよ。

(2) 放物線 $y = x^2 - 7x + 6$ と直線 $y = x - 1$ は 2 点

(,), (,) [ただし、

<] で交わり、両者によって囲まれる部分の面積は である。

(3) A と B が、あるゲームで対戦している。A と B の強さは互角で、1 回の対戦で勝つ確率はいずれも $\frac{1}{2}$ である。引き分けは、ないものとする。

(a) 5 回目の対戦が終わったところで、A が 3 勝、B が 2 勝している確率は

$\frac{\text{ケ}}{\text{コサ}}$ である。

(b) B が先に 3 勝する前に A が先に 2 勝する確率は $\frac{\text{シス}}{\text{セソ}}$ である。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は, 高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅲ〕 所定の解答欄(表面)に, 次の各問の答のみを記せ。

なお, 問題文中に タ, チ などが2度以上現れる場合, 2度目以降は タ, チ のように細字で表記している。

1 辺の長さが2の正四面体 OABC がある。線分 AB を $p : (1 - p)$ [$0 < p < 1$] に内分する点を D, 線分 OC を $q : (1 - q)$ [$0 < q < 1$] に内分する点を E とする。また, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。

- (1) $\overrightarrow{DE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, p , q を用いて表し, 次の空欄 タ ~ ツ に p , q を用いた値や式を記せ。

$$\overrightarrow{DE} = \left(\text{タ} \right) \vec{a} + \left(\text{チ} \right) \vec{b} + \left(\text{ツ} \right) \vec{c} \dots\dots\dots ①$$

- (2) $|\overrightarrow{DE}|^2$ を求める過程を記した次の文章の空欄 テ ~ ト に適切な値や式を記せ。

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ は, いずれも1 辺の長さが2の正三角形だから,

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 2 \dots\dots\dots ②$$

かつ,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \text{テ} \dots\dots\dots ③$$

①, ②, ③より, $|\overrightarrow{DE}|^2$ は p , q を用いて次のように表せる。

$$|\overrightarrow{DE}|^2 = 4 \left(\text{ト} \right) \dots\dots\dots ④$$

- (3) 点 D, 点 E がそれぞれ AB, OC 上を動くとき, $|\overrightarrow{DE}|$ の最小値を求める過程を記した次の文章の空欄 ナ ~ ネ に適切な値や式を記せ。

④は次のように変形できる。

$$|\overrightarrow{DE}|^2 = 4 \left\{ \left(p - \text{ナ} \right)^2 + \left(q - \text{ニ} \right)^2 + \text{ヌ} \right\} \dots\dots\dots ⑤$$

⑤より, $|\overrightarrow{DE}|$ は $p =$, $q =$ のとき最小値
をとる。

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち 2 問を選択して解答せよ。(なお 3 問すべてに解答した場合は, 高得点の 2 問を合計得点に含める。)

〔Ⅳ〕 以下のように群に分けられた規則的な数列がある。ただし, 第 n 群には n 個の項が入るものとする。つまり, 第 1 項が第 1 群, 第 2 項と第 3 項が第 2 群, その後に続く 3 つの項が第 3 群, などとなる。この数列について, 各問に答えよ。なお, (1)~(5)については答のみを, (6)については答と解答経過とともに所定の解答欄(裏面)に記せ。

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{2}{1 \cdot 2} & | & \frac{3}{1 \cdot 2}, \frac{3}{2 \cdot 3} & | & \frac{4}{1 \cdot 2}, \frac{4}{2 \cdot 3}, \frac{4}{3 \cdot 4} & | & \frac{5}{1 \cdot 2}, \frac{5}{2 \cdot 3}, \frac{5}{3 \cdot 4}, \frac{5}{4 \cdot 5} & | & \frac{6}{1 \cdot 2}, \dots \\ \text{第 1 群} & & \text{第 2 群} & & \text{第 3 群} & & \text{第 4 群} & & \end{array}$$

- (1) 第 20 項の値を求めよ。
- (2) 第 5 項と同じ値の項は次に第何項に現れるか。
- (3) 初項から第 n 群の最後の項までの項の総数を式で表せ。
- (4) 第 n 群に含まれる k 番目の項を式で表せ。
- (5) 初項から第 30 群の最後の項までの中に, 5 より大きい項はいくつあるか。
- (6) 第 n 群に含まれる n 個の項の総和を式で表せ。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は、高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅴ〕 所定の解答欄(裏面)に, (1)~(4)については答のみを, (5)については答と解答経過をともに記せ。

m は定数とする。次の連立不等式について下の各問に答えよ。

$$\begin{cases} x^2 - 3mx + 2m^2 < 0 & \dots\dots\dots ① \\ 2x^2 - (m - 4)x - 2m < 0 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

において,

- (1) ①の左辺の式を因数分解せよ。
- (2) ②の左辺の式を因数分解せよ。
- (3) ①の不等式を満たす x の範囲を求めよ。
- (4) ②の不等式を満たす x の範囲を求めよ。
- (5) この連立不等式の整数解がただ1つとなるとき整数解と, そのときの m の範囲を求めよ。

(以上問題終)